UNIVERSIDADE LUEJI A'NKONDE – ULAN

◊ Lunda Norte ◊ Lunda Sul ◊

ESCOLA PEDAGÓGICA DA LUNDA-NORTE

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

# LIMITES E POSSIBILIDADES PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2.º GRAU NO ENSINO SECUNDÁRIO NACIONAL POR MEIO DA HISTÓRIA DE MATEMÁTICA

AFRICANO FLORINDO FRANCISCO SAMO

DUNDO

2020

UNIVERSIDADE LUEJI A'NKONDE – ULAN

◊ Lunda Norte ◊ Lunda Sul ◊

ESCOLA PEDAGÓGICA DA LUNDA-NORTE

MESTRADO EM EDUCAÇÃO

# LIMITES E POSSIBILIDADES PARA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO 2.º GRAU NO ENSINO SECUNDÁRIO NACIONAL POR MEIO DA HISTÓRIA DE MATEMÁTICA

Trabalho apresentado à Comissão Científica do Mestrado em Educação da Escola Superior Pedagógica da Lunda-Norte, para a obtenção do Título Acadêmico de Mestre em Educação.

Área: **ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**Autor**:

Africano Florindo Francisco Samo

**Orientadora**:

Profa. Dra. Eliane Costa Santos

DUNDO

2020

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

*Catalogação na Publicação*

*Serviço de Biblioteca e Documentação*

*Escola Pedagógica da Lunda-Norte*

---

*Samo, Africano Florindo Francisco*

Limites e possibilidades para resolução de equações do 2.º grau no ensino secundário nacional por meio da história de matemática/ Africano Florindo Francisco Samo, orientação Eliane Costa Santos. Dundo: s.n., 2020.

100 ils.; anexos

Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) – Escola Pedagógica da Lunda Norte.

1. Ensino e aprendizagem 2. Equação do 2º grau 3. Limites ePossibilidades 4. História da Matemática I. Eliane Costa Sanots, orient.

---

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Samo, A. F. F.** Limites e Possibilidades para Resolução de Equações do 2.º Grau no Ensino Secundário Nacional por Meio da História de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação). Escola Pedagógica da Lunda Norte/ Universidade Lueji A'Nkonde/ Universidade de São Paulo, Dundo, 2020.

DISSERTAÇÃO N.º _______

APROVADO EM _____ / ____ / ____

**Membros do júri**

Prof. Dr. Carlos Pedro Carlos Yoba [Presidente-ULAN] _______________

Profa. Dra. Eliane Costa Santos [Orientadora-UNILAB] ________________

Prof. Dr. Alcides Romualdo Neto Simbo [Membro-UON] _______________

Prof. Dr. Jorge Dias Veloso [Membro-ULAN] _________________________

MSc. Cláudio Alves LeniMuteba [Secretário-ULAN] __________________

Dedico o trabalho aos meus pais **Samo Martins** (*in memoriam*) e **Maria Francisca**, por serem o pilar desta trajectória, acreditarem sempre no meu potencial, particularmente pelo apoio moral e por saberem compreender-me em todos momentos.

## AGRADECIMENTOS

Votos de gratidão à Deus pai todo-poderoso pela forma incansável de proteger-me desde o berço à actualidade.

Ao meu guia desta trajectória - pai **Samo Martins** (*in memoriam*). À Universidade Lueji A'Nkonde, por permitir esta experiência e novos desafios, à Universidade de São Paulo, pela cooperação e por proporcionar esta visão além da graduação.

À minha querida orientadora **Eliane Costa Santos**, pela maneira incansável que trilhamos até chegar ao destino desta maravilhosa viagem, não se esquecendo da professora **Cristiane Coppe de Oliveira** pela sua magna contribuição na dissertação. Aos Professores **Angelino Cachi José**, pelas luzes e por ter alicerçado as bases da minha formação, a professora Luzia Roque, pelo apoio imensurável, ao Professor Bubi, pela humildade diante do conhecimento, serenidade, paciência e pelo seu espírito de generosidade.

Aos mestrandos da Turma em Ciências de Educação, edição 2018 e o colectivo de docentes envolventes no projecto.

À minha fiel família e sempre presente, nos bons e razoáveis momentos dessa trajectória: irmãs/ irmãos, **Angelina**, **Jozefa**, **Glória**, **Isabel** (**Mima)**, **Aguinaldo**, **Homário**, **Paizinho**, **Francisco (Nani)** e **Elizeu**, a minha esposa **(Malela**), aos meus filhos e sobrinhos, **SamiraEmília**, **Ângela Emília**, **Ambeno Pitágoras**, **Azeitânio Josefo**, **Afriúcio Caquesse, Meury Emília, Nela, Mr.Taylor, Lulú, Mãezinha, Samilton, Domingos, Oliveira, Heleomário, Chica, Africano, Zinho, Viulny, Cristina e Martins**.

Palavras são insuficientes para exprimir a profunda gratidão. Não foi fácil, contudo, valeram os trilhos traçados durante a formação, apesar das dificuldades, tivemos também momentos híper bons e em particular da nova família académica que nos une pelos laços numéricos.

À todos, que de forma directa ou indirecta contribuíram para que a pesquisa se tornasse realidade, o meu profundo sentido de gratidão.

O globo, sua forma esférica surge da união entre duas parábolas com concavidades distintas, se cruzando mediante raízes e com vértices nos pólos!

Africano F.F. Samo

# RESUMO

A pesquisa é fruto de uma investigação que procura proporcionar e aperfeiçoar aos Alunos da 10ª Classe das Escolas do I e II do Ensino Secundário de Angola (Liceu) novas habilidades na resolução de equações do 2.º grau a uma incógnita. Seu desenvolver, demonstra um resgate histórico em busca da evolução das equações do 2.º grau que abarca diferentes períodos do desenvolvimento da matemática, ocorrido em diversas civilizações, os matemáticos que contribuíram na solução desse tipo de equação através de diferentes métodos, focalizando as contribuições dos matemáticos egípcios, babilónios, gregos, hindus, árabes e europeus por meio de bibliografias especializadas. Pretendemos que o conteúdo em questão, bem como os demais, sejam explorados em um contexto histórico mais abrangente. Actualmente o ensino sobreresoluções de equações do 2.º grau em angola tem-se restringido praticamente à apresentação da fórmula resolvente, relações entre coeficientes e suas raízes. O foco da pesquisa é o processo de ensino e aprendizagem da matemática no 2.º Ciclo do ensino secundário nacional, com o objectivo de diversificar as ferramentas por meio da história da matemática e diminuir o leque de dificuldades que persistem na resolução das equações do 2.º grau. Sua execução foi possível através dos métodos Teóricos, Observacional, Comparativo e o Estatístico, todavia, observamos que o estudo nesta perspectiva poderá contribuir para melhoria do ensino e aprendizagem da matemática no país.Após pesquisa, apontamos como **possibilidades** para resolução das equações do 2º grau: O Método de Viète, de Substituição e o Diferencial ou de Coordenadas de Vértice. O que apresenta de novidade em conteúdo com o foco de abrir/ ampliar o leque do conhecimento na área.As hipóteses foram confirmadas à partir do momento em que foi trazido para a amostragem outras possibilidades para resolução das equações do 2º grau. A pesquisa tem interesses inovadores e espera-se alcançar bons resultados.



**Palavras-Chave:** Ensino e aprendizagem, Equação do 2.º grau, Limites ePossibilidades, História da Matemática.

## ABSTRACT

The research is the result of an investigation that seeks to provide and perfect the students of the 10th class of Schools of the I and II of secondary education of Angola (high school) new skills in solving equations of the 2nd degree to an unknown. Its development, demonstrates a historical rescue in search of the evolution of the 2nd degree equations that encompasses different periods of mathematical development, which occurred in different civilizations, the mathematicians who contributed to the solution of this type of equation through different methods, focusing on the contributions Egyptian, Babylonian, Greeks, Hindu, Arab and European mathematicians through specialized bibliographies. We intend that content in question, as well as the others, be explored in a broader historical context. Currently, teaching about solving high school equations in Angola has been restricted to the presentation of the resolving formula, relations between coefficients and its roots. The focus of the research is the process of teaching and learning mathematics in the 2nd cycle of national secondary education, with the aim of diversifying the tools through the history of mathematics and reducing the range of difficulties that persist in solving the equations of 2nd degree. Its execution was possible through theorical, observational, comparativeand Statistical methods, however, we observed that the study in this perspective may contribute to improve the teaching and learning of mathematics in the country. After research, we pointed out as possibilities for solving the $2^{nd}$ degree equations: the Viète method, substitution and differential or vertex coordinates. What is new in content with a focus on opening/expanding the range of knowledge in the area. The hypotheses were confirmed from the moment when other possibilities for solving the $2^{nd}$ degree equations were brought to the sampling. The research has innovative interests and is expected to achieve good results.



**Key-words**: Teaching and learning, 2nd degree equation, Limits and Possibilities, History of Mathematics.

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE QUADROS

## LISTA DE SIGLAS

| | |
|---|---|
| ABPN | Associação Brasileira de Pesquisadores/as Negros/as |
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| $\mathbb{C}$ | Conjunto dos Números Complexos |
| CCUFC | Centro de Ciências Universidade Federal do Ceará |
| CED | Ciências de Educação |
| CRA | Constituição da República de Angola |
| ECM | Ensino de Ciências e Matemática |
| ESPLN | Escola Superior Pedagógica da Lunda Norte |
| ESPLS | Escola Superior Politécnica da Lunda Sul |
| FE/ USP | Faculdade de Educação da Universaidade de São Paulo |
| INE | Instituto Nacional de Estatística |
| INIDE | Instituto Nacional de Investigação e Desenvolvimento da Educação |
| LBSEE | Lei de Bases do Subsistema de Educação e Ensino |
| Lda. | Luanda |
| MED | Ministério da Educação |
| PEA | Processo do Ensino e Aprendizagem |
| TIC | Tecnologias de Informação e Comunicação |
| UFERSA | Universidade Federal Rural do Semiárido |
| UFRGS | Universidade Federal do Rio Grande do Sul |
| UFU | Unversidade Federal de Uberlândia |
| ULAN | Universidade Lueji A'Nkonde |
| UNILAB | Universidade de Integração Internacional da Lusofonia Afro Brasileira |
| USP | Universidade de São Paulo |
| UTC | Universidade Tecnológica de Chocó |
| $\mathbb{R}$ | Conjunto dos Números Reais |

## SUMÁRIO[1]



[1] Com base à ABNT NBR 6027

## Introdução

Na resolução problemas ligados a certos fenómenos, usa-se a Matemática para os modelar. Em tais modelos, vários temas transmitidos desde o primário ao secundário são utilizados, é o caso das equações do 2.º grau à uma incógnita.

Nos programas de Matemática do ensino secundário vigentes no país, o assunto é tratado em três níveis de escolaridades, nomeadamente: 8.ª, 9.ª e 10.ª Classes. O que mostra sua relevância, mas sempre se tem dificuldades no que concerne às metodologias de ensino, para o efeito, recorre-se aos mesmos métodos de resolução para diferentes classes, notou-se face as actividades de docência desenvolvidas nas diferentes escolas de Saurimo, em particular as do I Ciclo do Ensino Secundário 22 de Novembro,complexo escolar ‘‘Luís Braille’’ (leccionado 7.ª, 8.ª e 9.ª Classes), Escola do II Ciclo do Ensino Secundário José Manuel Salucombo (Liceu n.º 6) de Saurimo(leccionando 10.ª e 11.ª Classes) e aos conteúdos vigentes no programa de Matemática relacionados, sendo os mesmos unificados.

O principal foco da pesquisa consiste em investigar os limites para resolução de equações do 2.º grau e propor outras possibilidades para o efeito, baseando-se na história de matemática, como recurso metodológico auxiliar no processo de ensino-aprendizagem das equações do 2.º grau a uma incógnita, de forma a minimizar as limitações impostas pelos programas de matemática vigente no país, sabendo que no país os programas dos ciclos em abordagem são homogéneos.

Nesta óptica, há um grande distanciamento entre o que se ensina, o que os alunos aprendem no seu quotidiano e a apresentação de conteúdos nas salas de aula por professores. Muitos deles, não usam a história da matemática como recurso para facilitar o processo de ensino, por vezes nem ilustram a aplicação do conteúdo a transmitir na realidade vivida, o que torna as aulas desmotivadoras.

A dissertação, sua constituição, não no seu todo, certas passagens obedecem à continuidade da monografia de licenciatura defendida na ESPLS, onde se focalizou apenas em uma possibilidade para a referida resolução, aplicando simplesmente o método de Viète e se obteve resultados satisfatórios, conforme os dados que constam em Samo e Maiavo (2018, Pp. 35-36).

Ocupa-se na dissertação em demonstrar mais duas possibilidades para resolução das equações do 2.º grau no ensino secundário, totalizando 3 (três) a contar com a demonstrada na licenciaturacuja finalidade de enriquecer o leque metodológico para a resolução das equações do 2.º grau à uma incógnita.Face à realidade, surge a questão: O que fazer para motivar o aluno a minimizar dificuldades que residem na resolução de equações do 2.º grau à uma incógnita?

Para o efeito, no processo do ensino-aprendizagem da matemática desenvolvem-se capacidades e qualidades que incluem paciência, persistência, observação, integração de conhecimentos adquiridos anteriormente, saber colocar questões e espírito crítico. Pretende-se com a análise de elementos históricos sobre o conteúdo, destacar a importância do desenvolvimento de atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima e de perseverar na busca de soluções, logo, o engajamento do professor é fundamental para que se possa atingir os objectivos que visam a promover um processo de ensino-aprendizagem coeso. Entretanto, **a diversificação de possibilidades metodológicas** é uma das vias para motivar o aluno a mitigar dificuldades que residem na resolução das mesmas.

**A real Problematização da pesquisa**reata de como a matemática está presente quase em todas as esferas da vida e as**limitações metodológicas** que os programas nacionais de matemática oferecem para resolução de equações do 2.º grau conduzem a investigar sobre diversas possibilidades para sua resolução e perceber até que ponto o assunto é tratado nas escolas nacionais, com realce às de Saurimo por meio da base histórica acentuado que se recomenda, na qual se toma certos caminhos metodológicos a trilhar para seu desenvolvimento.

Para o efeito, se efectivou uma revisão bibliográfica sobre materiais de autores que dialogam do tema, tendo como base o I e II Ciclos do Ensino Secundário com ênfase a três turmas da 10.ª Classe do Liceu n.º 6 de Saurimo do curso de CFB com a finalidade de se compreender até que ponto os alunos utilizam diversas vias para se chegar à soluções de equações do 2.º grau a uma incógnita.

A pesquisa, com o foco de diversificar as metodologias de ensino para tais ciclos, motivar a aprendizagem e preencher as lacunas patentes no programa nacionalde matemática em uso no país nas referidas classes.

Seu desenvolvimento foi possível por meio da história de matemática focalizando certas diversas civilizações que contribuíram na divulgação e actualização da temática, os actores da contemporaneidade que se ocuparam para seu desenvolvimento no contexto nacional como internacional.

Na abordagem, há possíveis passos para facilitar e orientar a aprendizagem com o fim de preparar o aluno para resolver problemas do cálculo quotidiano. Face às considerações expostas, tem-se:

**Problema de pesquisa:**quais os limites e possibilidades da utilização da história de matemática nos processos de ensino-aprendizagem das equações do 2.º grau a uma incógnita nas escolas do I e II Ciclo do Ensino Secundário nacional?

**Objecto de estudo:** processo de ensino e aprendizagem das equações do 2.º grau no Ensino Secundário Nacional.

**Campo de acção:** resolução de equações do 2.º grau a uma incógnita nas escolas do I e II Ciclo (Liceu) do ensino secundário nacional, tendo como base a história da matemática: um estudo de caso no Liceu n.º 6 de Saurimo/ Lunda-Sul.

**Objectivo geral da pesquisa**:Elaborar possibilidades metodológicas para resolução de equações do 2.º grau a uma incógnita, baseando-se na história da matemática como recurso metodológico auxiliar no processo de ensino-aprendizagem nas escolas do I e II Ciclo nacional.

**Objectivos específicos:**

- Sistematizar os fundamentos teóricos sobre o processo de ensino e aprendizagem das de equações do 2º grau a uma incógnita;
- Investigar a génesis do desenvolvimento das equações do 2.º grau a uma incógnita para o melhor enquadramento na actualidade;
- Aplicar distintas as metodologias de investigação para pesquisa sobre as equações do 2.º grau a uma incógnita;
- Diversificar as possibilidades metodológicas para resolução de equações do 2.º grau a uma incógnita no ensino secundário nacional por meio dos métodos: Viète, substituição e o diferencial ou de coordenadas do vértice;
- Elaborar possibilidades metodológicas que visem minimizar dificuldades na resolução de equações do 2.º grau por intermédio da história de matemática.
- Diagnosticar o processo do ensino e aprendizagem das equações do 2.º grau a uma incógnita no contexto nacional: caso da escola do Liceu n.º 6 de Saurimo.

O epicentro da pesquisa centra-se no ensino secundário, para o efeito, ocupa-se em descrever a escola na qual serviu como amostra para o devido enquadramento. Ou seja, se preferiu trabalhar com o Liceu n.º 6 para se estudar as mesmas no contexto nacional, sem descartando de que os conteúdos vigentes nos programas de matemática nacional são universais. A mesma encontra-se localizada em Angola, na província da **Lunda-Sul,** conforme ilustra o mapa (ver figura 1, pág. 104), situada no nordeste de Angola, cuja capital **Saurimo,** sua principal actividade económicaé a extracção de diamantes.

Sobre a referida realidade, encontra-se o Manganês e ferro como outros dos recursos minerais explorados na região. Pratica-se ainda na Lunda-Sul, agricultura de subsistência, tendo como principais cultivos a mandioca, o milho, o arroz, a jinguba, a batata-doce, o inhame e o abacaxi e as línguas nacionais mais faladas são o português e o Tchokwe,segundo (ANGOP, 2018).Lunda-Sul, segundo ANGOP (2018, apud INE, 2018), é uma das dezoito (18) províncias de Angola, localizado no leste do país com quatro (4) municípios: Cacolo, Dala, Muconda e o Saurimo, sendo que ocupa uma área territorial de 77.636 km$^2$, com a população de 609.851 habitantes e uma densidade de 1.67 hab./km$^2$, a capital Saurimo com 24.900 km$^2$,1.081 m de altitude, uma densidade de 4 hab./km$^2$ e uma população estimada em 501.904 habitantes, de acordo as projecções populacionais de 2018.

Já a escola em análise, cita no município sede (Saurimo-figura 2, p. 105), as referidas possibilidades, conduzem a resoluções equações do 2.º grau nas escolas do I e II Ciclo (actual Liceu) em particular ao que se refere à 10ª Classe do Liceu n.º6 de Saurimo que consiste em reflectir profundamente, face às crescentes dificuldades que vão surgindo, com realce a que corresponde ao campo de actuação directo e às classes em abordagem (8.ª, 9.ª e 10.ª). O homem está em actualizações constantes e na busca de soluções que resolvem problemas correntes.

A carência de materiais na disciplina reforça a proposta por ela visar diversificação metodológica imposta pelos programas de matemática. Com base a histórica da matemática, se pode mostrar distintas possibilidades para se chegar a solução de uma equação do 2.º grau de um modo claro, atraente e objectivo.

Para tornar a matemática mais atraente, se deve pautar pelo princípio de se actualizar constantemente os programas, procurar diversificar as possibilidades didácticas e ajudar o aluno a resolver problemas do nosso quotidiano.

O material tem justamente a intenção de enriquecer os programas de matemática no contexto nacional a respeito nas metodologias, com a finalidade de o futuro profissional estar habilitado para a vida. As possibilidades trabalham também a auto-estima dos alunos e lhes proporcionando,assim, resultados satisfatórios.

A pesquisa é o fruto de investigações com o foco processo do ensino-aprendizagem, espera-se que o conhecimento não se limite nas escolas em análise, como também de todas as nacionais relacionadas. Sendo a 10.ª Classe, pertencente ao II Ciclo do Ensino Secundário, reformulando o programa, se pode ajustar até se frisar ao conjunto dos números complexos ($\mathbb{C}$) antes do tema com a finalidade de facilitar a compreensão da terceira possibilidade (diferencial).Face ao exposto, a pesquisa, tem uma introdução e foi estruturado em cinco (5)capítulos:

**Capítulo I –Revisão da literatura sobre o processo de ensino e aprendizagem de equações do 2º grau a uma incógnita**: Foca-sea trajectória do pesquisador, considerando o desenvolvimento do ensino nacional, com realce ao período antes independência, e focalizando as contribuições de distintos autores.

**Capítulo II – Génesis de Uma Equação do 2º Grau**: se realça sobre as contribuições de diferentes povos para o seu estudo, focalizando a evolução histórica em diferentes civilizações que contribuíram para o seu desenvolvimento, apoiando-se em diferentes suportes até a modernidade sobre a temática;

**Capítulo III – Procedimento metodológico**: traçam-se os caminhos metodológicos utilizados com a finalidade de se obter os resultados pretendidos;

**Capítulo IV – Possibilidades para melhoria do processo do ensino e aprendizagem de equações do 2.º grau a uma incógnita no contexto nacional**:Se aborda sobre diagnósticos efectuados a um grupo de alunos com a finalidade de se contrapor as debilidades que eles possuem para a resolução das mesmas.

**Capítulo V – Análise e interpretação de resultados**: constam as contribuições sobre os subsídios colhidos por uma amostra representativa e com base ao instrumento de colheita de dados, utilizadas para se cumprir com as hipóteses propostas.Focalizando os resultados à partir de uma determinada população.

E jána parte culminante da pesquisa, constam as considerações finais, referências bibliográficas, os anexos e apêndices.

## CAPÍTULO I – REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 2.º GRAU A UMA INCÓGNITA

Frisa-se no presente capítulo a revisão da literatura sobre o processo de ensino e aprendizagem das equações do 2.º grau a uma incógnita, com base aosprogramas de matemática vigentes no país, na experiência do professor em salas de aula, do aluno e a *colonialidade*[2] do saber com realce à trajectória da educação.

Segundo Calinhique e Samo (2020, p. 170), Angola é um país que conquistou a independência a 11 de Novembro de 1975, a influência da colonização pelos Europeus que se estendeu até sensivelmente 5 séculos. Realidade que interferiu em políticas vigentes no país, com grande ênfase ao do sector Educativo. Daí que, vigoram no país, currículos educacionais com padrão Europeu (Portugal), país que pouco produz no campo científico de referência durante décadas e particularmente na esfera matemática.

A colonização tem efeitos negativos, ligados à exploração de recursos e do homem. Antes da independência, o angolano, era limitado em sequenciar formações, o processo foi se estendendo até à conquista da independência total no país (em Angola).

Herança do passado é o fruto do insucesso escolar, os programas estão limitados de modo a responder os interesses, surge a necessidade de se inverter o quadro começando com a diversificação de metodologias didácticas para resolução de certos problemas ligados ao nosso quotidiano. Nesta óptica, regista-se erros diversificados nos referidos programas e manuais no que diz respeito aos conteúdos temáticos, sua resolução e sem se cumprir com os objectivos propostos, ou seja, se vai mantendo sempre em teorias lindas e não aplicadas a situações práticas e que resolvem problemas do quotidiano.

Segundo Eliane Santos (2018) a colonialidade do saber de um povo advinda da modernidade em detrimento do tradicional, considerado a –histórico, nega

[2] Um fenómeno histórico complexo que se estende para além do colonialismo, referindo-se a um padrão de relações de poderes que opera pela naturalização de hierarquias territoriais, culturais, raciais, de género e epistémicas, de acordo com Restrepo e Rojas (2012).

conhecimentos. A invenção desse binómio que dá a modernidade primazia sobre o tradicional.

Como é patente, as políticas educativas já não dependem do colonizador, mas em certos moldes, compreende-se que modelo das mesmas respeita tal padrão. O momento, em realce, pode-se tecer ideias que visem promover conhecimentos nacionais e evitar de se viver uma colonialidade modernizada. A decolonialidade de mentes é uma das metas que se propõe alcançar, sobre tudo em África, respeitando assim a forma de como os antepassados lidavam com problemas em especial seus pontos de vista para possíveis soluções.

Há muito que se explorar sobre a colonialidade e sua consequente decolonialidade no campo científico, valorizando em especial e preservar as contribuições de antepassados sobre à ciência.

Angola é hoje um país independente e as políticas educativas já não dependem taxativamente do colono para as definir. Onde é notório melhorias significativas no campo educativo e tudo quanto é feito em prol do desenvolvimento do sector respeita as normas estabelecidas pela constituição da república de Angola e demais legislações vigentes no país.

Os ganhos são visíveis no campo educativo, fruto da liberdade, já é notório no país cursos ao nível de pós-graduação e em partir nas regiões fora de Luanda, algo que no passado era impossível. O país é virgem no campo da ciência, ou seja, se bebe experiências boas de outros países com a finalidade de trilhar num mundo globalizado e abraçando boas causas.

## 1. O Sistema educativo nacional

O sistema educativo vigente em Angola é regulado de pela Lei n.º 17/ 16 de 07 de Outubro**: Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino**, que estabelece os princípios e as bases gerais do Sistema de Educação e Ensino – Revoga a Lei nº 13/ 01 de 31 de Dezembro e toda a legislação contrária. Segundo a referida lei, face ao quadro constitucional e os novos desafios de desenvolvimento que se colocam, traduzidos em diferentes Planos e Programas Estratégicos de Desenvolvimento e a fim de garantir a inserção de Angola no contexto regional e internacional, daí surgiu a necessidade de se aprovar nova Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino, que visa corrigir as dificuldades vigentes no anterior diploma, com base a Nacional, com base a (Lei nº17, 2016).

No seu artigo nº 2, define a educação como sendo ‘‘um processo planificado e sistematizado de ensino e aprendizagem, que visa preparar de forma integral o indivíduo para as exigências da vida individual e colectiva, de acordo Nacional (Lei nº17, 2016).

O sistema educativo que vigora em Angola, suporta de teorias brilhantes, tudo quanto é abordado para seu fim, respeita um padrão vindo da capital do país (Luanda) e as demais províncias limitam-se a seguir, em alguns dos casos tendem a participar técnicos das demais províncias para o mesmo fim e o mesmo não tem sido constante.

De acordo a Nacional (Lei nº17, 2016), o sistema de educação e ensino, deve reafirmar entre seus objectivos, a promoção do desenvolvimento humano, com base numa educação e aprendizagem ao longo da vida para todos indivíduos, que permite assegurar o aumento dos níveis de qualidade de ensino. Como também deve contribuir de forma mais efectiva, para excelência no processo de ensino–aprendizagem, para o empreendedorismo e para o desenvolvimento científico, técnico e tecnológico de todos os sectores da vida social.

A referida lei (n.º17/16) foi alterada não no seu todo pela lei 32/20 de 12 de Agosto, para dar ênfase em alterar algumas disposições no sentido de melhor clarificar a tipologia e a designação das instituições em cada subsistema de ensino, reafirmar o papel nuclear do professor e o reforço do rigor e experiência para acesso à classe, bem como a natureza terminal do ensino secundário e a natureza binária do subsistema do ensino superior, que inclui o ensino universitário e o ensino politécnico, extinguir a monodocência na 5.ª e 6.ª Classes, extinguir os cursos de bacharelato e considerar a perspectiva de extensão estratégica 2025 para 2050 e do papel omnipresente da 4.ª revolução industria e das tecnologias.

As alterações da Lei 17/16 de 7 de Outubro foram efectivadas de acordo os artigos: 11.º, 15.º, 16.º, 17.º, 19.º, 20.º, 23.º, 27.º, 29.º, 31.º, 32.º, 33.º, 35.º, 36.º, 38.º, 40.º, 41.º, 42.º, 44.º, 50.º, 51.º, 55.º, 58.º, 59.º, 64.º, 65.º, 66.º, 68.º, 69.º, 70.º, 72.º, 73.º, 74.º, 80.º, 83.º, 84.º, 85.º, 99.º, 102.º, 105.º, 107.º, 109.º, 110.º, 118.º, 119.º e 124.º que passaram a ter outros teores tendentes à melhoria, com base a LBSEE (Lei n.º 32/20 de 12 de Agosto).

### 1.1. Históriada educação matemática

O país por produzir pouco no campo científico, por esta razão se desconhece a verdadeira história da Educação Matemática (no contexto nacional), ou seja, quando se fala de educação matemática em Angola, recorre-se aos antecedentes da herança colonial.

Fruto da **I Conferência Internacional Sobre a Educação Matemática em Angola**(CIEMA), realizada na Escola Superior Pedagógica da Lunda-Norte, na cidade do Dundo decorrido nos dias 3 e 4 de Julho de 2019, na qual, se brindou de diversos saberes matemáticos como é o caso dos sonas e tantos outros. Percebe-se que a matemática não é só aquela que os ocidentes nos incutiram até hoje, afinal, os antepassados africanos já lidavam com ela e pena que na maioria dos casos deixaram registos sobre árvores, pedras, grutas, etc., e pouco material impresso, por este facto, nos é sempre explorado. A política de exploração teve graves consequências e com grande impacto no campo académico.

A CIEMA decorreu sobre o lema: **Por um ensino de matemática inclusivo e de qualidade, resgatemos a Etnomatemática dos povos de Angola**. Teve apoios do Governo provincial da Lunda Norte, Endiama E.P., Governo provincial da Lunda Sul, a conferência inaugural foi desenvolvida pelo Ph.D. Artur Power (norte americano) cujo tema inaugural Etnomatemática e sua importância. De seguida houve um espaço para um coffe-break, o certame teve a participação de matemáticos de distintas partes do mundo com realce: África do Sul, EUA, Portugal, Brasil, Cuba, tantos outros povos e com realce Angola (a anfitriã).

Houve três painéis, distribuídos em quatro salas, nomeadamente:

Painel 1: sobre a**educação matemática (A)** no auditório com 29 trabalhos apresentados;

Painel 1: sobre a **educação matemática (B)** na biblioteca com 21 trabalhos apresentados;

Painel 2: sobre a **matemática aplicada** na sala 20 com 7 trabalhos apresentados;

Painel 3: sobre **temas livres** na sala 21 da ESPLN com 21trabalhos apresentados.

O primeiro painel é que teve mais participação e por esta razão se dividiu em duas salas, seguidamente o terceiro com 21 participantes e por último o segundo painel com apenas 7 temas apresentados. Aos visitantes do CIEMA foram brindados por algumas visitas para Centralidade do Dundo, Museu Regional do Dundo, Barragem do Luachimo e a Fronteira do Chissanda. A cessão de boas vindas foi presidida pelo Magnífico Reitor da ULAN e encerrada pelo Governador Provincial da Lunda Norte.

Houve também no jango da ESPLN ilustrações sobre a matemática na areia, cultivando assim os aspectosetnomatemáticos do povo lunda e não só, brilhantes trabalhos foram abordados de realçar: Etnomatemática e sua importância, Projecto de elevação dos Sona a Património Cultural Imaterial Nacional, Curricularização da Geometria Sona, Etnomatemática e Direito à Educação, Princípios matemáticos no mandombe e sona, Olhares cruzados: Redescobrir a Geometria e a Aritmética por detrás dos Sona, Sona: da ideografia à linguagem Etnomatemática e tantos outros temas desenvolvidos por mais de 70 prelectores nacionais e estrangeiros.

A CIEMA trouxe para o país e particularmente da região um olhar modernizado sobre a educação matemática, ou seja, ficou um registo indelével sobre a primeira conferência internacional de educação matemática realizado em Angola, onde a Lunda-Norte foi anfitriã. E os participantes proporão para que a actividade fosse realizada em todos os anos e em distintas províncias do país.

Já é uma boa prática para que a matemática no contexto nacional abre um ângulo além fronteiras.

Com base sua génese, quase todo material que trata do surgimento da matemática, focaliza os Egípcios. Já os gregos desenvolveram-na, não a fundaram conforme se aprende, porque, antepassados Africanos já lidavam com tais saberes, mas não deixando relatos escritos, daí que, Matemática perde sua verdadeira identidade.

O país enfrentou modelos que até hoje se conhece, isto é, falando do historial da educação matemática em Angola é um caso que merece bastante reflexão, pois não se tem relatos de forma acabada sobre a temática, por ela ser de bastante interesse, mas não se leva muito em consideração, se familiariza em reproduzir leis e pensamentos de autores ocidentais e ofuscando realidades patentes.

Em Angola, o ensino da matemática, se efectiva respeitando os programas propostos pelo INIDE, onde o professor deve esforçar-se em seguir linhas mestres traçados a partir dos mesmos, limitando-se a produzir conteúdos fora do mesmo, sendo o instrumento (programa) reitor e indispensável pelo professor para a planificação de saberes.

Os principais pressupostos da teoria epistemológica de Jean Piaget revolucionaram a maneira de conceber o desenvolvimento humano e contribuíram na construção de novas teorias pedagógicas na medida em que o sujeito passa a ser visto como capaz de construir o conhecimento na interacção com o meio físico e social. Assim, a concepção de inteligência "[...] como desenvolvimento de uma actividade assimiladora cujas leis funcionais são dadas a partir da vida orgânica e as sucessivas estruturas que lhe servem de órgãos são elaboradas por interacção dela própria com o meio exterior" (PIAGET, 1987, p. 336), fundamenta teoricamente muitas investigações no campo educacional em busca de novas práticas pedagógicas embasadas no construtivismo.

A situação actual da prática educativa nas escolas nacionais identifica-se diversos problemas, como a grande ênfase dada à memorização, pouca preocupação com o desenvolvimento de habilidades para reflexão crítica e autocrítica dos conhecimentos que se aprende. As acções são ainda centradas nos professores que determinam o que e como deve ser aprendido e as sua diferenças.

Segundo Libâneo (1994, p. 90) "a relação entre ensino e aprendizagem não é mecânica, não é uma simples transmissão do professor que ensina para um aluno que aprende." Ele mesmo concluiu que é algo bem diferente disso "é uma relação recíproca na qual se destacam o papel dirigente do professor e a actividade dos alunos." Dessa forma podemos perceber que " O ensino visa estimular, dirigir, incentivar, impulsionar o processo de aprendizagem dos alunos." As reflexões sobre o carácter sistémico dos componentes do processo de ensino-aprendizagem e suas relações são importantes em função do carácter bilateral da comunicação entre partes.

De acordo a LBSEE (Lei nº17, 2016), o sistema de educação e ensino deve reafirmar entre os seus objectivos, a promoção do desenvolvimento humano, com base numa educação e aprendizagem ao longo da vida para todos indivíduos.

E com base várias correntes, para Libâneo (1994): ‘‘ensino é uma relação onde o professor põe em prática o tripé objectivo, conteúdo e método e dessa forma obtém a aprendizagem do aluno como resultado’’. Entretanto, geralmente é desenvolvido em locais conhecidos como escolas, pode ser praticado de diversas formas, as principais são: o formal, o informal e o ensino não formal.

Geralmente, a diferença entre formal, não formal e informal é estabelecida tomando por base o espaço escolar. “Assim, acções educativas escolares seriam formais e aquelas realizadas fora da escola não formais e informais” (MARANDINO, SELLES e FERREIRA, 2009, p.133).

Segundo Gohn (2006, p. 28), educação formal é aquela desenvolvida nas escolas, com conteúdos previamente demarcados; a informal como aquela que os indivíduos aprendem durante seu processo de socialização – na família, bairro, clube, amigos, etc., carregada de valores e cultura própria, de pertencimento e sentimentos herdados; e a educação não formal é aquela que se aprende “no mundo da vida”, via os processos de compartilhamento de experiências, principalmente em espaços e acções colectivas quotidianas.

De acordo Calleja (2008), o processo formativo escolar é propriamente um processo educativo no qual o trabalho de professores com os alunos lhe confere um carácter docente, e assim que pode considerar-se como **docente-educativo**. Esse processo é diferente dos processos educativos não escolares desenvolvidos por outras instituições sociais, como a família, a mídia, etc., que tem um carácter espontâneo. O processo **docente-educativo** tem um carácter sistémico e organizado com o fim de alcançar sua eficiência, fundamentado numa concepção pedagógica geral, sobre uma base didáctica desenvolvido por pessoas especializadas como são os professores.

> *‘‘A educação, de modo geral, prepara o ser humano para o desenvolvimento de suas actividades no percurso de sua vida. Ou*

> *faz-se necessária uma educação, ao longo da vida, a fim de dar suporte aos vários aspectos sejam eles: económicos, sociais, científicos e tecnológicos, impostos por um mundo globalizado. Esse conceito de educação, ao longo da vida, serviu de referência ao relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI, sendo colocado como uma das chaves de acesso ao novo século que, naquele momento, sem iniciava''* Cascais e Terán (2014).

Estes pensamentos seu enquadramento na realidade, associa-se também à educação matemática, ou seja, para uma aula de matemática, com base nas ideias de D'Ambrósio (1999) a referida aula necessita propiciar "ambientes que geram situações em que o aluno deva ser criativo e motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada mediante situação."

Portanto, os sujeitos da presente pesquisa não deixam de ser os alunos da escola do II Ciclo ''José Manuel Salucombo'' (Liceu n.º 6 de Saurimo) que constituiu o cenário propício à prática investigativa do professor de matemática.

No entanto, sabe-se que o processo docente e educativo, como conceituado anteriormente, não se aplica correctamente na maioria das escolas, principalmente no que se refere a educação matemática. Como resultado imediato, verifica-se o fracasso no ensino da matemática em certas instituições educacionais angolanas e particularmente em muitas na província da Lunda-Sul.

Dos tantos formados em educação matemática, sua maioria, acarretam diversas dificuldades porque quando são enquadrados como professores ou alunos nas universidades, entram com base nas demandas das escolas e descartando suas áreas de formação, também, muitos docentes não a seguem como opção, mas sim, vista como uma fácil alternância para um fim (emprego). Muitos mesmo reprovando nos testes de admissão, são inseridos com a finalidade de se preencherem as vagas tendo em conta o défice que a área acarreta.

Para realidades envolventes, muitos seguem a educação matemática, mas não como opção desejável e sim como a forma mais fácil de obter uma vaga, de tantas dificuldades, se vai aproximar aos colegas aplicados e lá começama plagiar até que se torne um profissional, mas sem bases assentes, de tantas debilidades, outrossim, na maioria das vezes são os que estão em constantes conflitos com estudantes mais destacados.

A falta de bases sólidas contribui o suficientemente no insucesso escolar, por esta razão, muitos consideram a matemática, como sendo uma disciplina de "*outro mundo*". Outro factor que contribui para o fraco interesse na área tem sido a preguiça mental, tanto nos professores como nos alunos, ou seja, ao professor, por simplesmente se limitar a cumprir com os conteúdos propostos a partir dos programas e o aluno por ser o mero receptor de informações, sem a capacidade de reprodução (através de investigações), sem a capacidade de investigativas e desenvolver suas habilidades.

### 1.2. O Ensino de matemática no II ciclo do ensino secundário nacional

Sendo a matemática uma das disciplinas curriculares, desde a iniciação até às universidades, se vai frisar sobre a educação matemática na 10.ª Classe do actual Liceu n.º 6, conforme se espelha na pesquisa, outrossim, acha-se útil as possibilidades a propor, como também para o I Ciclo do Ensino Secundário com grande ênfase 8.ª ou 9.ª Classe, se pode optar em manter com as vigentes no programa nacional ou optando pela diversificação das possibilidades em cada nível em abordagem.

Nada se faz, além do que está estampado nos programas, por eles possuírem as linhas mestres e orientadoras de qualquer actividade do processo docente-educativo. Em cada disciplina de escolaridade há um programa em específico e seus objectivos a cumprir.

Com base no programa escolar vigente no país, proposto pelo INIDE (2013), o ensino de Matemática no I e II Ciclos, deverá**:**

- Consolidar e alargar os conhecimentos e capacidades adquiridas no Ensino Primário e I Ciclo do Ensino Secundário;
- Contribuir na criação de condições científicas e intelectuais necessárias para o I Ciclo, II Ciclo e o Ensino Superior;
- Introduzir intensamente os alunos aos métodos para o pensamento crítico no trabalho científico;
- Usar correctamente o vocabulário e a simbologia Matemática;
- Aperfeiçoar as capacidades de definir, demonstrar, reconhecer e sistematizar

problemas matemáticos;

- Criar as bases para o hábito da pesquisa científica.

É relevante que o professor se familiarize com diversos saberes para melhor orientar e proporcionar o ensino de qualidade que se pretende, sendo ele o guia e mediador entre o saber. Na realidade, para resolução das equações do 2.º grau, de acordo com o exposto no programa vigente em Angola, efectua-se aplicando a fórmula resolvente e a decomposição factorial, conhecimento este que se estende de I Ciclo e II Ciclo, em alguns casos até às universidades.

Não se pretende descartar as possibilidades vigentes no programa, sim propor dentre as existentes mais três (3), com a finalidade de enriquecer o programa nacional, sendo um assunto patente e que requer actualizações, pautadas por diversificações de metodologias com o principal foco de se minimizar as dificuldades que residem na resolução das equações do 2.º grau a uma incógnita.

## 1.3. Aprendizagem da matemática no II ciclo do ensino secundário nacional

A aprendizagem da matemática no II Ciclo do Ensino Secundário Angolano obedece a sequência lógica de conteúdos plasmados a partir do Ensino primário até ao I Ciclo, não descartando os programas vigentes no país. Das inúmeras definições sobre a aprendizagem, para a presente pesquisa, com base em distintos autores, destacam-se:

De acordo com as ideias de Skinner (2005), certas pesquisas definem a aprendizagem como uma mudança na probabilidade da resposta, devendo especificar as condições sob as quais ela acontece. Garante-se ainda que a execução de um comportamento é essencial mas não é isso que afirma a existência de uma aprendizagem. “Assim, é necessário que se saiba a natureza do comportamento para que se entenda melhor o seu processo de aquisição”.

A matemática como qualquer outra ciência tem um modelo para seu devido enquadramento, que abarca diferentes etapas para a sua efetivação. Nesse sentido, de acordo Fossa e Mendes (1999), “a metodologia consiste em uma análise de problemas reais e a busca de modelos apropriados para resolvê-los”.

As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de acção para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os factos e fenómenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber, (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Um problema matemático exige que se cumpra na íntegra com um esforço produtivo, ou seja, prestar a máxima atençãosobre os passos, reservar um tempo para treinamentos, sendo que algumas soluções surgem depois de tantas tentativas e com diversificados caminhos/ metodologias.

Para Biembengut (2000, p. 13), a modelagem matemática é uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que sejam úteis não apenas para uma solução particular, mas também sirva posteriormente como suporte para outras aplicações e teorias.

A maior atenção centra-se em uma aprendizagem significativa, levando a práticas que pautem por uma educação de qualidade e se respeitando as particularidades individuais, igualmente, se torna possível, quando ela for uma aprendizagem colaborativa.

Um exercício meramente matemático pode ser orientado para toda a turma e que sua resolução pode obedecer diversos critérios: individuais, colectivos (por grupos de quatro indivíduos ou mais). Posterior se manter todos integrantes actualizados sobre a temática e se for possível, comprovar com base as interacções.

Um conceito simples de aprendizagem colaborativa apresentado, Dillenbourg (1999, p. 8), ''é que essa é uma situação de aprendizagem na qual duas ou mais pessoas aprendem ou tentam aprender algo juntas''. De acordo com o autor, esse conceito geral pode ser interpretado de várias maneiras: o número de sujeitos pode sofrer grande variação, podendo ser duas ou milhares de pessoas; aprender algo também é um conceito muito amplo, pois pode significar o acompanhamento de um curso ou ainda a participação em diversas actividades como, por exemplo, as de resolução de problemas; o aprender "em conjunto" pode ser interpretado de diversas maneiras, como situações de aprendizagem presenciais ou virtuais, síncronas ou assíncronas, esforço totalmente em conjunto ou com divisão de tarefas. Assim sendo, a prática de aprendizagem colaborativa pode assumir múltiplas caracterizações, podendo haver dinâmicas e resultados de aprendizagem diferentes para cada contexto específico.

Em uma visão profunda do que significa aprender colaborativamente, pode-se afirmar de maneira geral e se espera que ocorra a aprendizagem como efeito colateral de uma interacção entre pares que trabalham em sistema de interdependência na resolução de problemas ou na realização de uma tarefa proposta pelo professor. Segundo alguns estudiosos desse tipo de aprendizagem, a interacção em grupos realça a aprendizagem, mais do que em um esforço individual. Uma aprendizagem mais eficiente, assim como um trabalho mais eficiente, é colaborativa e social em vez de competitiva e isolada. A troca de ideias com outras pessoas melhora o pensamento e aprofunda o entendimento, de acordo Wiersema (2000).

O saber matemático não se deve limitar apenas nas salas de aula, também em constantes exercitações noutros fóruns, com ajuda dos membros da família, ou dos que facilmente lidam com o tema.

Na formação de grupos de estudos e também de trabalhos colaborativos, para Morris (2004), o que se busca é uma parceria entre os indivíduos participantes que vá além da simples soma de mãos para a execução de um trabalho. Na colaboração, há a soma das mentes dos envolvidos.

Nem sempre os professores são os detentores de más práticas educativas e que dificultam ou bem, que contribuem para o fraco desempenho de seus alunos, mas sim, caso também o aluno não tiver vontade (ou zelo) em aprender, jamais poderá ajudar o professor atingir os objectivos. Tem de se incentivar os futuros profissionais a lidarem com diversos saberes, de distintas maneiras com a finalidade de promover interesse na disciplina que não parecem ser fáceis à maioria.

Uma das vias para incentivar o interesse na disciplina é a necessidade de se proporcionar actividades em conjunto que despertem o aluno para novas buscas em incentivos a partir da reprocidade entre partes, auxiliados pelo docente, com um número de possibilidades acentuado, se pode chegar por uma aprendizagem desejada.

As possibilidades a apresentar, não estão para substituir as vigentes, mas com o propósito fundamental de diversificar as metodologias didácticas e minimizar as dificuldades que residem na resolução de equações do 2º grau de maneira organizada e tranquila, sem descartar as vigentes no programa nacional.

Para se diminuir as expectativas, familiarizam-se com as possibilidades propostas e posteriormente se fazer uma análise profunda sobre as mesmas. A diversificação é uma das ferramentas que pode ajudar a minimizar vários problemas do quotidiano.

Nesse sentido, pautando pela história da matemática, pode ser um dos recursos metodológico auxiliares no processo de ensino-aprendizagem deste conteúdo ou de outros, de forma a mitigar as limitações impostas e mostrar aos alunos diversas possibilidades (vias/ Metodologias) para resoluções.

## CAPÍTULO II – Génesis de uma Equação do 2º Grau

É impossível se abordar da sua génesis, sem se destacar um dos elementos fundamentais do processo do ensino-aprendizagem: **A qualidade da aprendizagem**. Autores há, ressaltam o papel do professor como mentor do processo para que se torne o ensino mais eficiente e atraente. Dentre eles, o D'Ambrósio (1999), defende que *"para a melhoria da qualidade do ensino da matemática, o professor exerce um papel relevante"*. O autor aponta ainda características desejáveis para um professor de matemática na contemporaneidade: visão do que vem a ser a matemática, do que constitui a actividade matemática, a sua aprendizagem, e a visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática.

O historial da matemática deveu-se a civilizações que contribuíram para o seu desenvolvimento, em particular no que se refere a equações do 2.º grau. Afirma-se por esta feita, que a origem da matemática remonta décadas e surge face às necessidades de diversos povos que contribuíram para tal fim. Entre os quais: aos Egípcios, pela sua tamanha dimensão no que se refere ao surgimento da geometria e diversificadas áreas do saber matemático.

Na mesma perspectiva, para o devido enquadramento, é relevante, sobre as equações do 2.º grau, se fazer uma menção do seu historial, dando-se pela evolução que contribuiu para o desenvolvimento de tais equações, nos apoiamos em civilizações que contribuíram para o efeito, com realce às de babilónia, egípcias, chinesa e tantas outras mencionadas no desenvolver da pesquisa.

### 2. Documentos sobresurgimento das equações do 2º grau

Os primeiros indícios históricos sobre o surgimento de equações de 2.º grau estão centrados em antigos documentos que revelam as necessidades e preocupações de povos como do Egipto, Babilónia, Árabes, Grécia, Índia, China, Europa Medieval e tantos outros.

As tentativas para encontrar soluções de uma equação do 2.º grau, são antigas, fruto de investigação de distintas civilizações que deram um salto até àfase actual. Entretanto, a obtenção de uma fórmula utilizando letras para representar quantidades desconhecidas como hoje se estuda, é uma das descobertas muito atraentes no campo em análise.

Equações do 2.º grau, com base em Flóes (2013), é um tema que dificilmente aparece ou pouco se vê no dia-a-dia do aluno, assim, muitas vezes ele cria uma barreira que o impede ou inibe seu senso de curiosidade dentro deste contexto.

Nesse contexto, como se trata de um tema que já vem sendo discutido durante décadas, necessidade esta que levou, diversificadas civilizações, a se dedicarem sobre seu real enquadramentoaté às sociedades actuais. Atendendo o teor, não foi simples tarefa até se ter o produto final que hoje se estuda de distintas realidades.

Equações do 2º grau é um dos temas bastante sugestivos e que teve seu desenvolvimento durante décadas, que por intermédio de autores de diversas nações, se pode hoje resolver usando diversificadas possibilidades (ou metodologias).

A dificuldade residiu em encontrar registos factíveis para constituir bibliografias suficientes e alavancar com as ideias preconizados da pesquisa, todavia, graças aos subsídios extraídos de vários materiais, ligados a vários povos e com múltiplas ideias.

Eliane Santos (2018), segundo a autora, um dos factores essenciais para o estudo da história da matemática em África se dá porque a educação nesse continente não corresponde às necessidades da população. Os objectivos, conteúdos e métodos na área não são adaptados às culturas e necessidades dos povos africanos.

No meio de todo contexto sociocultural, surgem as equações do 2.º grau, com tanta aplicação na prática. Em diversificadas épocas, rezam subsídios de que os primeiros registos sobre equações do 2.º grau datam antes do Cristo.

A evolução das equações do 2.º grau deu grande salto respeitando certa cronologia, distintas representações e autores de diversas nacionalidades que contribuíram para o seu desenvolvimento, onde o grande salto se efectivou face aos dados descritos do quadro abaixo (Quadro 1).

O referido quadro (Quadro 1), representa as contribuições dos matemáticos de nacionalidades: Italiana, Inglesa, Alemã, Holandesa, Francesa e Suíça, com respectivos autores que conseguiram representar a equação do 2.º grau (***$x^2$+5x-6=0)*** a partir dos séculos XV, XVI e XVII ou seja, de 1494-1693 da nossa era (depois de Cristo).

**Quadro 1**: Evolução da escrita de uma Equação do 2ºgrau (1494 – 1693)

| ***Notação: $x^2$+5x-6=0*** | | |
|---|---|---|
| **Ano** | **Matemático e sua Nacionalidade** | **Representação** |
| **1494** | **Luca Pacioli (Italiano)** | Trouame.5.nº. che gioto al suo qdratºfacia 6 |
| **1514** | **Vander Huocke (Inglês)** | 1 se. + 5pri.dit is ghelijc 6 |
| **1521** | **F. Ghaligai (Italiano)** | I□ e 5Cº - 6 numeri |
| **1525** | **Christoph Rudolf (Alemão)** | Sit I, aequatos - 5+ $\varkappa$6 |
| **1545** | **Girolamo Cardano (Italiano)** | Quadratus p 5 rebus aequalis 6 |
| **1553** | **Michael Stiltel (Alemão)** | 5. $\varkappa$ + $I_{\mathfrak{z}}$.aequata 6 |
| **1559** | **J. Buteo (Italiano)** | I ◊ p 5p [p 6 |
| **1572** | **Rafael Bombelli (Italiano)** | $\frac{2}{I}$.p.$\frac{1}{5}$. Equale á 6 |
| **1585** | **Simon Stevin (Holandês)** | $\frac{2}{I} + \frac{1}{5}$ equale á 6 |
| **1591** | **François Viète (Francês)** | Q p 5 N m 6 aequatur 0 |
| **1619** | **Jobst Bǘrgi (Suiço)** | $\frac{ii}{I} + \frac{i}{5}$ egale à 6 |
| **1631** | **Thomas Harriot (Inglês)** | Aa + 5a ====+ 6 |
| **1637** | **René Descartes (França)** | $x^2 + 5x - 6 \propto 0$ |
| **1693** | **John Wallis (Inglês)** | $x^2 + 5x - 6 = 0$ |

**Fonte:** O pesquisador. Adaptado de Samo e Maiavo (2018).

Os matemáticos expostos no quadro acima desde o Italiano Pacioli ao Inglês John Wallis, a nomenclatura da referida equação, é a mesma que até hoje se utiliza para representar a equação $x^2 + 5x - 6 = 0$, Onde$a = 1$, $b = 5$ e $c - 6$, que actualmente pode-se resolver utilizando diversas possibilidades (ou fórmulas) até encontrar o 1 e $-6$, como conjuno-solução da referida equação.

### 2.1. Tendência em educação Matemática como suporte metodológico para estudar equações do 2.º grau

Várias tendências deram o suporte para que o estudo sobre as equações do 2.º grau, surtisse efeitos que hoje se nota de maneira radical, ou seja, conhecimento este que hoje se articula para a solução de problemas do dia-a-dia, Etnomatemática, modelagem e variedades de possibilidades que os programas nacionais impõem para a resolução das equações do 2.º grau.

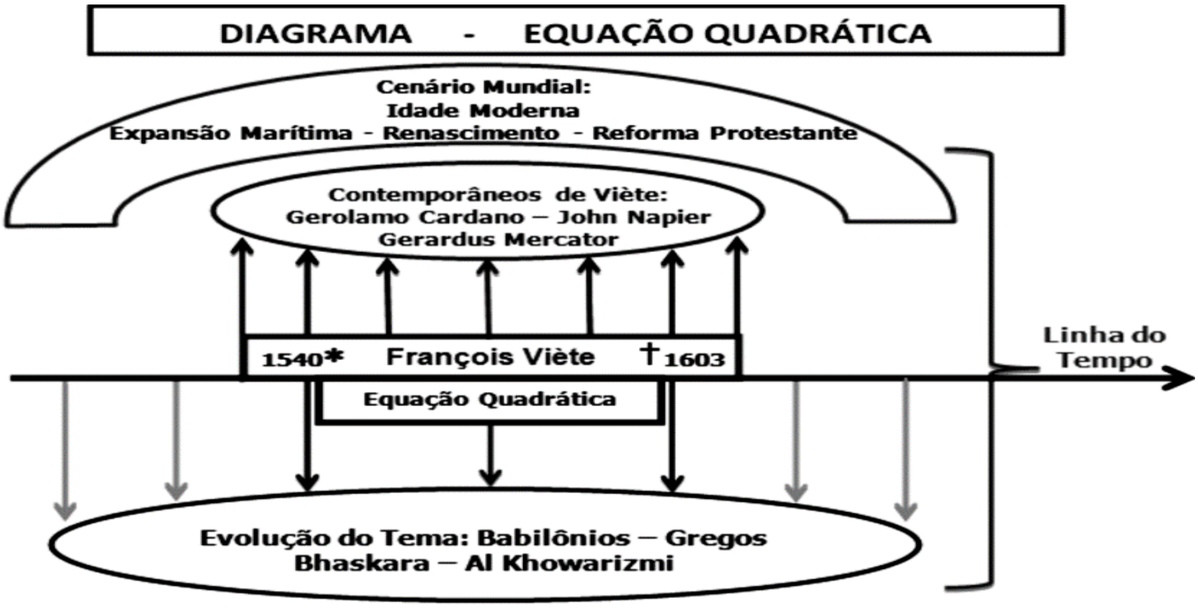
Da temática, sua abordagem é impossível sem mencionar um dos grandes protagonistas, porém, leva-se a interpretar história de matemática, baseando-se no diagrama (fig. 3), partindo do cenário mundial ocorrido em diversas civilizações, focalizando a de François Viète, seus contemporâneos e outros, na qual, nos vamos ocupar em analisar seu desenvolvimento em alguns versos da pesquisa.

Costa (2015), de com base outras possibilidades de interacção com a história emergem, em busca de promover uma aprendizagem com êxitos, uma delas é a interdisciplinaridade.

Chaquiam(2017, p. 47) " constituição dessa história foi pautada no diagrama metodológico por ele proposto, ilustra um cenário mundial que ocorreu durante os tempos da expansão Marítima, a era do renascimento até a reforma Protestante" focalizando o **François Viète** um dos grandes protagonistas, antes de 1540 e depois de 1603, sem esquecendo de seus contemporâneos: Gerolamo Cardano, John Napier, Gerardus Marcator ''e tantos outros que deram suporte para que hoje se estude equações e sem esquecer das contribuições de outros povos que deram grandes suportes da na área''.

O diagrama proposto (Fig. 1) representa um historial do desenvolvimento da humanidade, obedecendo os períodos: Expansão marítima, renascimento até a reforma protestante.

Figura 3- **Diagrama metodológico de uma equação quadrática**




**Fonte:** Adaptado de Chaquiam (2017, pág. 47).

Na mesma óptica, Chaquiam (2017, pág. 48), prova, no seu artigo sobre François Viète (1540-1603), factos que marcaram o cenário mundial em que Viète viveu, tomando por base Boyer (1974), Eves (2004) e sites que publicam conteúdos científicos, onde o século XVI foi marcado por um período histórico denominado de Idade Moderna. Três acontecimentos podem ser destacados no supracitado período: **A Expansão Marítima, o Renascimento e a Reforma Protestante**. Períodos estes que alteraram significativamente a política, a economia, a sociedade e a cultura, por consequência, as pessoas passaram a adoptar modos de vida diferenciados em relação aos daqueles da Idade Média.

Chaquiam (2017), as descobertas de novas rotas marítimas e terras abriram caminhos para as comunicações com todo o mundo. Na religião, a Reforma Protestante, marcou o processo de decadência da igreja católica, a principal representante da ordem feudal. Na política, a formação das monarquias nacionais iniciada durante a Baixa Idade Média, com a submissão da nobreza e da Igreja, consolidou-se na Idade Moderna com o surgimento dos Estados Absolutos.

O Renascimento cultural firmava novos valores e princípios, com a contestação dos valores medievais – feudais. Outrossim, o século XVI foi marcado por transições da Renascença para o Mundo Moderno, considerado como um marco do final da Idade Média e do início da Idade Moderna, Chaquiam (2017, p. 48).

Chaquiam (2017), os acontecimentos evidenciam importantes mudanças no cenário mundial, dentro de um contexto sociocultural, têm como finalidade demarcar tempo e espaço em torno de Viète e de seus contemporâneos, ‘‘a apresentar, além de integrar factos da história geral à história da matemática, podem proporcionar uma visão interdisciplinar entre História e Matemática e mostrar que a história da matemática é, sim, parte da história da humanidade’’.

Com base no diagrama adaptado de Chaquiam (2017, p. 47), para melhor entrelaçar as ideias, se analisa os **contemporâneos de François Viète,** tendo em vista o cenário mundial, destaca-se outros personagens que contribuíram para o desenvolvimento científico e que foram contemporâneos de **Viète**, dentre eles: **Gerolamo Cardano** (1501-1576), **Gerardus Mercator** (1512-1954) e **John Napier** (1550-1617).

De acordoEves (2004): ‘‘O **Gerolamo Cardano** (1501-1576) foi um dos personagens mais extraordinários da história de matemática e começou sua vida profissional como médico, mas paralelamente se dedicava à Matemática’’.

Afirma ainda o autor, de que, **Cardano** deixou uma obra vasta, abrangendo aritmética, astronomia, física, medicina e outras áreas. Dentre seus livros, o mais importante foi **Ars Magna**, o primeiro grande tratado em latim exclusivamente à álgebra. Nele encontram-se alguns relatos às raízes negativas de uma equação e ao cálculo com números imaginários. Há indícios que **Cardano** tinha algum conhecimento da regra de sinais de **Descartes**. Como jogador inveterado, escreveu um manual do jogador onde aborda algumas questões de probabilidade, Eves (2004).

Entretanto, ressaltam os autores, no contexto sociocultural, encontra-se a afirmação de **Gerard de Cremer**, que segundo Seemann (2003) “é o nome latinizado de **Gerardus Mercator**, nasceu em 5 de Março de 1512, sétimo filho de um sapateiro em **Rupelmonde**, região de Flandres, município de **Kruibekena** na actual Bélgica, perto do porto de Antuérpia. Por conta da precária situação financeira da família, em 1526, sob a influência do seu tio **Gisbert, Gerardus** foi mandado para ‘**s-Hertogenbosch** para seguir carreira na igreja e ser educado pelos irmãos da vida comum”.

Com o desenvolvimento de seus estudos, destaca-se nos ramos da cartografia e da Matemática. Sua reputação veio da elaboração de mapas, atlas e da sua famosa projecção cartográfica de 1569, projecção **cilíndrica do globo terrestre** sobre uma carta plana, embora apresentasse distorções, essa acção auxiliou a navegação marítima e tornou-se modelo para inúmeros mapas–mundiais. Além disso, a projecção de Mercator contribuiu para a constituição de outro tipo de projecção cartográfica, a projecção cilíndrica transversa secante, denominada de Universal Transversa de Mercator, citado por Chaquiam et al. (2016, pág. 49).

Os autores Chaquiam et al. (2016, p. 50) ressaltam ainda outro personagem importante do século XVI, o **John Napier** (1550-1617), que não era um matemático profissional. Era um proprietário escocês, Barão de Murchiston, que administrava suas propriedades e escrevia sobre diversos assuntos. **Napier** só se interessava por certos assuntos da matemática, em especial os que se referiam à computação e trigonometria. **Napier** ficou conhecido como inventor do Logaritmo quando, em 1614, publicou o seu Mirifici logarithmorum canonis description (Uma Descrição do Maravilhoso Cânon de Logaritmos) que conteve uma descrição de logaritmos, um conjunto de tabelas, e regras para o uso dos mesmos.

Traços biográficos de **François Viète** (1540-1603) em França, em Fontenay-le-Comte, na província de Poitou a cerca de 50 km de La Rochelle. Filho de **Étienne Viète**, advogado, e de **Marguerite Dupont**, **Viète** iniciou os seus primeiros estudos no convento franciscano de Fontenay e, mais tarde, com 18 anos, foi admitido na Universidade de Poitier, onde concluiu o curso de Direito em 1560, citado por Gil (2001).

Viète sempre demonstrou interesse pela Matemática nos tempos livres e conseguiu importantes descobertas em diversos ramos, por exemplo, na aritmética, na álgebra, na trigonometria e na geometria, embora, ao longo da sua vida tenha sido absorvido por trabalhos oficiais na vertente do direito, de acordo Chaquiam et al. (2016).

Os autores, merecem bastante atenção no que se refere as sua belas contribuições em escritos e deixadas, por serem os protagonistas para o estudo das equações do 2º grau. Para se chegar ao estudo de referidas equações de uma forma escavada, se deve manter em activo todas correntes existentes.

## 2.2. Um olhar sobre a evolução da equação do 2.º grau

Os Babilónios, uma das antigas civilizações da Mesopotâmia, se estabeleceram inicialmente numa parte da região ocupada pelos Sumérios e, aos poucos, foram conquistando diversas cidades da região mesopotâmica e até conquistarem o povo hebreu e a cidade de Jerusalém, assim, o império formado pelo rei Hamurabi passa a ter como capital cidade de Babilónia. Além de Hamurabi, outro importante imperador foi **Nabucodonosor**, responsável pela construção dos Jardins suspensos da Babilónia, de acordo Boyer (1974).

A respeito da Matemática babilónica, com base o Boyer (1974) destaca que ‘‘seu desenvolvimento foi pautado na utilização do sistema numérico que tinha como base fundamental os sessenta, muito provavelmente por conta da facilidade da metrologia. Além disso, foram hábeis na elaboração de algoritmos para obtenção de raízes de equações, assim como, nos cálculos que envolviam operações aritméticas fundamentais e tabelas exponenciais’’.

Boyer(1974), defende que os babilónios também faziam uso de tabulações como auxílio para álgebra desenvolvida no período, por exemplo, as tabulações de $n^2 + n^2$para valores inteiros de $n$.

No campo da álgebra, eles também apresentavam a solução da equação quadrática a partir de uma flexibilidade algébrica da adição ou multiplicação de um determinado termo em ambos os membros da equação, além de outras estratégias algébricas por eles utilizados.

Para esclarecer a abordagem dos Babilónios, ainda Boyer (1974), a respeito da resolução de equações do 2º grau, com o uso de tais manipulações, consideremos o problema que pede o lado de um quadrado, se a área menos o lado dá 14,30 (base sexagesimal). Sua solução equivale a resolver a equação $x^2 - x = 870$. Expressa por eles do seguinte modo, Tome a metade de 1, que corresponde a 0;30, e multiplique esse valor (0;30) por 0;30, o que resulta 0;15; some isto a 14,30, o que dá 14,30;15. Entretanto, o autor retrata ainda, ou seja, o quadrado de 29;30. Agora some 0;30 a 29;30 e o resultado é 30, que corresponde ao lado do quadrado.

Resolução esta que se resume basicamente na utilização da fórmula $x = \sqrt{(p/2)^2 + q} + p/2$, a qual pode ser desenvolvida, a partir da equação $x^2 + px = q$, usando os conhecimentos diversificados para se estabelecer o valor de $x$. Além disso, os Babilónios também abordavam dois tipos de problemas envolvendo a solução das equações quadráticas, para as quais faziam uso das transformações algébricas. Para tanto, eles classificaram as equações em três tipos: $x^2 + px = q$, $x^2 = px + q$ e $x^2 + q = px$, isto segundoBoyer (1974) .

Sabe-se que os babilónios não detinham o conhecimento para solucionar uma equação do 2º grau da sua forma completa, portanto, eles elaboravam técnicas de solução a partir da classificação apresentada.

Os Gregos ainda hoje se chamam helenos, o nome usado por seus antigos antepassados que se estabeleceram no decorrer das costas do Mediterrâneo. Para Boyer (1974), a "Matemática" abordada por eles surge de rudimentos de cálculos de origem babilónica e egípcia trazidos por mercadores, entretanto, destacam-se por estudos em astronomia e geometria.

Nesse sentido, ''o método utilizado pelos Gregos para solucionar as equações do 2.º grau, estava embasado exactamente na geometria. Esta por sua vez, apoiada nos livros Elementos de Euclides, especificamente no Livro IV, na proposição 28 do referido livro:

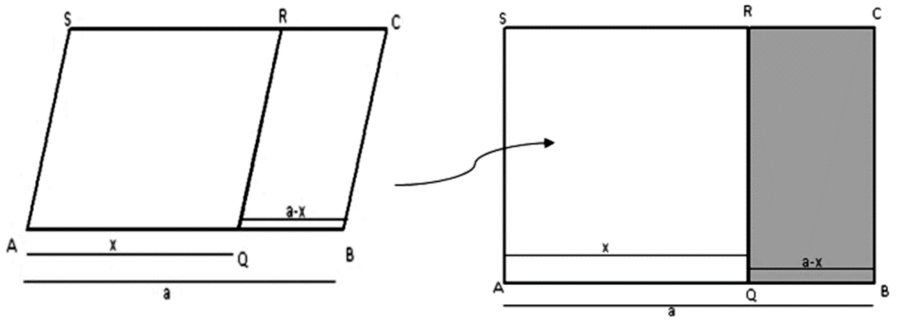
> *''Aplicar a um dado segmento de recta AB um paralelogramo AQRS de área igual a uma figura rectilínea F, e ficando aquém por um paralelogramo QBCR semelhante ao paralelogramo dado, não excedendo a área de F a do paralelogramo descrito sobre metade de AB e semelhante à deficiência QBCR. Considere o caso particular em que o paralelogramo dado é um quadrado. Denote o comprimento AB por a, a base AQ do paralelogramo aplicado (que é então um rectângulo) por x e o lado de um quadrado F, de área igual à do rectângulo, por b. Então* $x(a - x) = b^2$'' (EVES, 2004, p. 110).

A evolução de equações do 2.º grau estuda-se de diversas maneiras e respeitando seus antecedentes. De acordo com ElianeSantos (2018), relaciona exemplos dados de operações egípcias, até se chegar a várias possibilidades e outras de efectuar tais operações, inclusive a metodologia que pode ser trabalhada para ensinar certas operações, minimizando assim os problemas da área.

Enfatizar sobre grandes contributos cedidos pelos diversificados povos para alavancar o desenvolvimento progressivo das equações do 2.º grau de uma maneira acabada, não foi tarefa fácil, seu enquadramento, respeita os teores fornecidos de diversos autores datados antes de cristo até a actualidade.

Nesse sentido, apresentam-se a seguir uma construção geométrica (fig. 4) similar à da ideia exposta anteriormente:

**Figura 4**- Construção geométrica I




**Fonte:**Adaptado Chaquiam et al. (2016, pág. 53).

Chequiam et al. (2016), a área da figura hachurada é igual a área de um quadrado de lado $a$, consequentemente $a^2$, caracterizando então a relação exposta por Euclides da forma: $x(a - x) = a^2$.

Boyer(1974), afirma ainda que ‘‘**Bháskara** (1114-1185), foi o mais importante matemático do século XII dentre tantos oriundos pela Índia. Segundo ele, desenvolveu estudos baseados na aritmética e na álgebra, dos quais preencheu algumas lacunas na obra de Brahmagupta, dentre elas apresentou uma solução geral da equação de Pell e o problema da divisão por zero’’.

Chequiam et al. (2016), as contribuições de Bháskara no campo da Álgebra, assim como do povo hindu de um modo geral, ecoam a afirmação: ‘‘*Uma equação quadrática (com respostas reais) tem duas raízes formais*’’. Além disso, eles unificaram a resolução algébrica destas equações por meio da utilização do método de completamento de quadrado, o qual é denominado de método Hindu.

Nesse sentido, para evitar repetição, apresentamos a seguir um exemplo da utilização deste modelo de resolução, na caracterização feita por Al-Khowarizmi para alguns tipos de abordagens a respeito das equações do 2.º grau:

‘‘Mohamed Ibu-Musa Al Khowarizmi nasceu em torno de 780 e morreu por volta do ano 850, um mestre matemático do período que também actuou como astrónomo e geógrafo que, assim como Euclides, teve grande influência na Europa Ocidental. Este sábio escreveu obras nas duas áreas, as quais foram baseadas nos

Sindhind da Índia e, especificamente a respeito da Matemática escreveu dois livros de Aritmética e Álgebra'', de acordo Boyer (1974).

Boyer (1974), nesse sentido, por meio de um dos seus livros mais importantes denominado de Al-Jabr wa'l muqabalh surge o termo álgebra e palavra algorismi é, portanto, a versão latina do nome Al-Khwarizmi da qual derivou a palavra algoritmo. No livro de Al-Jabr wa'l muqabalh é abordado num dos capítulos a solução de equações com os seguintes itens: raízes, quadrados e números ($x$, $x^2$ e números). Neste mesmo livro, nos capítulos IV, V e VI são abordados especificamente os três casos de equações quadráticas com três termos que, segundo o autor, envolvem: (i) quadrados e raízes iguais a números; (ii) quadrados e números iguais a raízes e (iii) raízes e números iguais a quadrados, cujas soluções por ele apresentadas, são dadas por regras *culinárias* e para "completar o quadrado" aplicada a exemplos específicos, ilustradas no capítulo IV por meio das equações: $x^2 + 10x = 39, 2x^2 + 10x = 48$ e $(1/2)x^2 + 5x = 28$.

Além disso, no capítulo V, o autor Boyer (1974) usa o seguinte exemplo $x^2 + 21 = 10x$, cujas raízes são 3 e 7 obtidos pela fórmula de resolução da equação do segundo grau completa, isto é, $x = \sqrt{25 - 11}$. Além disso, Al-Khowarizmi chama atenção para um facto que usamos hoje, o discriminante deve ser positivo.

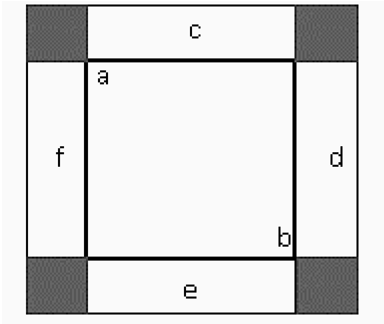
Nos trabalhos de Al-khowarizmi é notória a presença e influência dos gregos, embora, segundo Boyer (1974), seja pouco evidente nas primeiras demonstrações geométricas, a título de exemplo, para a equação $x^2 + 10x = 39$, no referido material, enuncia:

> *"Traça um quadrado ab para representar, e sobre os quatro lados desse quadrado coloca rectângulos c, d, e f cada um com largura 2 ½. Para completar o quadrado maior é preciso acrescentar os quatro pequenos quadrados nos cantos. Portanto, para completar o quadrado somamos 4 vezes, 6 ¼ unidades ou 25 unidades, obtendo, pois, um quadrado de área total 39 + 25 = 64 unidades. O lado do quadrado grande deve ser de 8 unidades, de que subtraímos 2 vezes 2 ½ ou 5 unidades, achando $x = 3$"* Boyer (1974, p. 168).

Tais indícios nos levam a estudar equações do 2.º grau de forma aprofundada, a estudamos não somente nas formas algébricas, como também as interpretar por meio de construções geométrica, sem descartar as vigentes no programa nacional e respeitando sua evolução.

As equações do 2.º grau, sua aplicabilidade em física, mecânica, na construção como em tantas áreas do conhecimento é um facto e que se reflecte em certas actividades do nosso dia-dia. Para o efeito, vamos abarcar para história de matemática para nos guiar.

**Figura 5-** Construção geométrica II




**Fonte:** Adaptado de Chaquiam et al. (2016, p. 55).

Os autores, Chequiam et al. (2016, pág. 55), observa-se que ao se acrescentar os 4 quadrados pequenos coloridos para completar o quadrado maior, onde cada um desses tem área equivalente a 6 ¼ unidades, que multiplicados por quatro resultam uma área equivalente a 25 unidades, que adicionadas a 39 totalizam 64 unidades. Assim, o lado do quadrado maior é igual a 8, do qual subtraímos duas vezes 2 ½, ou seja 5, oque nos leva a concluir $x = 3$, comprovando que a resposta constante no capítulo 4 está correta.

Boyer (1974), afirma ainda de que no livro Al-khowarizmi constam outros seis (6) casos de equações que abordam todas as possibilidades quanto as equações do 2.º grau que tem uma raiz positiva, apresentadas de forma sistemática e completa. Por outro lado, também afirma que uma publicação na Turquia põe em dúvida o facto da obra de Al-khowarizmi ser a primeira sobre o assunto, visto que um manuscrito de uma obra de abd-al-Hamid ibn-Turk, denominada de Necessidades Lógicas em Equações Mistas é parte do livro Al-Jabr wa'l muqabalh, talvez publicada antes deste.

O autor, Boyer (1974), considera Viète como um nome importante para Álgebra, devido ao facto de contribuições apresentarem uma aproximação das abordagens modernas. Visto que até o tempo dos Árabes e o início do tempo moderno o conhecimento a respeito das equações quadráticas não se havia expandido, pois abordavam apenas os casos particulares.

Nesse sentido, Viète usou um esquema para escrever uma equação do 2º grau de um modo geral, de tal forma que a escrita representava qualquer classe destas equações. Assim, ele introduziu o uso de vogal para representar uma quantidade indeterminada e consoante para números conhecidos, citado por Boyer (1974).

O autor, Boyer (1974), enfatiza de que, se Viète usasse símbolos existentes em seu tempo representavam todas as equações quadráticas na forma, com A sendo a incógnita e B, C e D os parâmetros. Com isso, vemos que a Álgebra de Viète merece um destaque pela generalidade de sua expressão.

Entretanto, são subsídios que na actual fase podem ser descartadas, os analisando com atenção colhe-se bons procedimentos.

Pois, além disso, numa de suas últimas obras, o de numerosa potestatum... resolucione (1600), ele usou o método para resolução aproximada de equações, que é muito próximo do conhecido como método de **Horner**. Para possível compreensão, apresenta-se uma resolução da seguinte equação $x^2 + 7x = 60750$:

> *Viète, encontrou a primeira aproximação para* $x_1$= $200$*. Depois, substituindo* $x = 200 + x_2$*, na equação de partida, ele achou* $x^2{}_2$*+407*$x^2$ $= 19350$*. Essa equação, agora conduz a uma segunda aproximação* $x_2$*= 40, agora fazendo* $x_2 = 40 + x_3$*, resulta na equação* $x^2{}_3$+ $487x^3 = 1470$ *e a raiz dessa é* $x_3 = 3$*. Portanto,* $x_2 = 43$ *e* $x = 243$*. (Escrita em notação moderna),* Boyer (1974, pág. 225).

O método parece importante visto que podia ser aplicado a qualquer equação polinomial com coeficientes e raiz real. Chequiam et al. (2016), para utilizá-lo precisa desta raiz real, o que pode dificultar um problema que não se consegue identificar de imediato.

Os progressos que se fizeram sentir relativamente à resolução das equações quadráticas no período que se seguiu foram sobretudo, referentes à notação. Do árabe Al Qalasadi ao Europeu Girard, passando por muitos outros matemáticos, assistiu-se à evolução, embora lenta, da resolução dos problemas na forma sincopada, (ANDRADE, 2000, p. 8).

Posteriormente, os gregos, apresentaram contribuições significativas para solucionar as equações quadráticas, baseadas na geometria. Por outro lado, Bháskara considerou que uma equação do 2º grau (com respostas reais) tem duas raízes formais e apresentou a lógica do completamento de quadrado, Chequiam et al. (2016).

Destaca-se o Al-Khowarizmi, que conseguiu com clareza e simplicidade resolver tais problemas apresentando demonstrações geométricas originais relativamente a Euclides. Também o árabe Abu Kamil utilizava, nas demonstrações apresentadas para a resolução de tais equações, proposições dos Elementos de Euclides, tomando assim as demonstrações mais rápidas, Andrade (2000).

Nesta vertente, Gerdes (1984), aponta que a *estratégia cultural*, desenvolvida através da divulgação da história de matemática, teria como objectivos:

> *''Conduzir à compreensão de que cada povo é capaz de desenvolver a matemática. Isto pode ser feito através da divulgação da história cultural da matemática. Encorajar a ideia de que a matemática do nosso povo pode enriquecer a ciência matemática''.* Gerdes (1984, p. 10).

Para o efeito, Gerdes (1984), estabelece estratégias sociais relacionadas à desmistificação de preconceitos acerca das capacidades matemáticas de diferentes membros sociais, tendo em vista ''a compreensão de que, filhos de todas as classes sociais de ambos os sexos são capazes de desenvolver a matemática''. Tendo presente esse objectivo, o autor, propõe que a escola trabalhe com contra-exemplos históricos.

Compreende-se, a história de matemática como elemento indispensável para se fazer a ponte entre o conhecimento em causa.

É impossível se dar um salto significativo sobre a pesquisa, sem se considerar as contribuições de certos povos que abraçaram causas para o seu desenvolvimento, melhor enquadramento e se ter a possível noção de como os antepassados viajaram na ciência em busca de verdades, que vão sendo patentes de geração em geração, entretanto, se considera certas civilizações que contribuíram para o desenvolvimento das equações do 2.º grau, com grande realce: Egípcia, Babilónia, Grega, Árabe, Hindu e Chinesa. Sem se descartar na abordagem as contribuições de outros que não se fez menção.

### 2.2.1. Equações algébricas na civilização Egípcia

A civilização Egípcia foi constituída nas margens do rio Nilo, é uma região fértil para cultivo tendo em conta a bacia hidrográfica que a região oferece, suas águas facilitam o desenvolvimento de diversificadas actividades, a referida civilização, contribuiu bastante para o progresso mundial.

Nesta vertente, de acordo as ideias de Miguel e Miorim (2018), os autores, apontam um ponto de vista manifestado na obra *Eléms de geometrie*, de alexis Claude Clairaut, considerada por muitos autores como aquela que, pela primeira vez, apresenta um posicionamento explícito acerca de uma relação específica entre a história da Matemática e a Matemática escolar. Preocupado em romper com a maneira tradicional de apresentação da Geometria por meio de um método que motivasse e auxiliasse na compreensão, Clairaut, busca na história da matemática os elementos orientadores para construção de seu método.

A partir de finais da década 1980, momento em que se intensificava as críticas às propostas do *Movimento da Matemática Modera* – que propunha uma matemática escolar orientada pela lógica, pelos conjuntos, pelas relações, pelas estruturas matemáticas, pela axiomatização –, podemos perceber uma crescente ampliação de manifestações da participação da história em textos dirigidos à prática pedagógica de Matemática, citado por Miguel e Morim (2018, p. 44).

Com base Eves (2002), desenvolveu-se também uma geometria elementar e trigonometria básica (esticadores de corda, nome dado aos encarregados de fazer a medição de algo utilizando cordas) para facilitar a demarcação de terras, um princípio de cálculo de áreas, raízes quadradas e fracções. Tendo como exemplo há cerca de 2300 anos a escrita do historiador grego Heródoto:

*"Sesóstris repartiu o solo do Egipto entre seus habitantes, se o rio levasse qualquer parte do lote de alguém, o rei mandava pessoas para examinar, e determinar por medida a extensão exacta da perda. Portanto, há dedução que a geometria veio a ser conhecida no Egipto, onde passou para a Grécia"*.

O ponto de vista de que a história constitui uma fonte de métodos adequados para a abordagem pedagógica de certas unidades ou tópicos da Matemática escolar se tem manifestado na literatura, pelo menos, desde o século XVIII, isto de acordo a citação de Miguel e Miorim (2018, p. 33).

No papiro de Moscou são encontrados exercícios envolvendo equações, onde alguns historiadores acreditam que os egípcios dominavam a resolução destas equações. O *papiro de Rhind* é o mais precioso documento relativo aos conhecimentos matemáticos dos egípcios. O *papiro de Rhind* é uma fonte primária rica sobre a matemática Egípcia antiga; descreve os métodos de multiplicação e divisão dos Egípcios, o uso que faziam das fracções unitárias, seu empregue da regra de falsa posição ou *Regula Falsi*, sua solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos, citado por Eves (2002, pág. 70).

Outrossim, o Nobre (2003), do Egipto foi o famoso *Papiro de Rhind* que sobreviveu até nossos dias, no entanto neste *Papiro* não existia nada sobre equação do segundo grau, mas no *Papiro de Moscou* foram encontradas equações que envolviam problemas históricos do tipo $ax^2 = b$, e segundo Morgado (2012), no *Papiro de Berlim* foram encontrados sistemas de duas equações, sendo uma do primeiro e outra do segundo grau.

Ainda, de acordo com Eves (2011, Pp.70 e 74), o *Papiro de Rhind* e o *Papiro Moscou* são as nossas principais fontes de informações referentes à matemática egípcia antiga e que também o *Papiro de Rhind* é uma fonte primária rica dessa matemática. O autor comenta que na álgebra egípcia havia certo simbolismo para os sinais de mais e menos, para igual e para a incógnita.

Entretanto, os problemas lineares foram muito frequentes na matemática egípcia, uma vez que com toda a dimensão histórica que o sucedido apresenta, o referido povo sempre foi e continua sendo forte no que tange ao desenvolvimento científico, com realce na área.

O conhecimento matemático ou seja a contribuição no ramo, derivada do continente berço, deveu-se muito à história de povos como Egipto, daí que em diversos campos do saber dificilmente se reata sem de realce mencionar-se as contribuições deixados em *Papiros de Rhind* e outras contribuições de diversificadas áreas.

Apresenta-se a seguir o seguinte enunciado "A área de um quadrado é 100 e tal quadrado é igual a soma de dois quadrados menores, em que o lado de um é igual a 3 e outro é de 4 do lado do outro". Usando a simbologia actual, a solução pelo método da *falsa posição* seria feita do seguinte modo:

"Considerando que $x$ e $y$ são os lados de dois quadrados que satisfazem as equações $x^2 + y^2 = 100$ (1)

$4x = 3y$ (2), fazendo $x = 3$ e $y = 4$ na equação (1), obtemos como resultado $x^2+y^2=3^2 + 4^2 = 25$, entretanto para que essa soma seja igual a 100 temos que multiplicar os membros dessa igualdade por 4, ou seja, $x = 4.3^2$; $y = 4.4^2$, o que resultaria em: $x^2 + y^2 = 36 + 64 = 100$ e $4x = 4.6 = 24$; $3y = 3.8 = 24$". (CARVALHO, 2008, Pp. 9-12).

Sobre o referido povo, com base Santos (2013, p. 98) é fundamental que se compreenda que, do mesmo modo como ocorreu com outros povos ao longo da história, os povos de África adquiriram uma consciência que permitiu a criação de sistemas de numeração bem estruturados: trata-se do conhecimento de que associar uma palavra distinta para cada número pode representar um difícil obstáculo à contagem.

A autora, Santos (2013) salienta ainda de que aparentemente, os egípcios conceberam dois tipos de números, uma série crescente de 1 a 1.000.000 de números que chamamos inteiros e uma série correspondente decrescente composta de ⅔ e números recíprocos ou fracções.

O que mostre realmente a grande contribuição desse povo no que concerne ao mundo da ciência, especificamente no campo matemático, bem como as demonstrações de possíveis cálculos referentes a distintas áreas do saber matemático e não só.

### 2.2.2. As equações do 2.º grau na civilização Babilónia

Os Babilónios deixaram suas tabletes de escrita, nos quais já se observa que resolviam equações sem o uso de fórmulas, tinham seu método próprio de resolução. Numa tablete que se encontra no museu de Londres (identificado BM 13901) aparecem 24 problemas matemáticos envolvendo equações do segundo grau, Nobre (2003).

Na referida civilização, os detentores de conhecimentos, eram os sacerdotes de modo a auxiliarem no desenvolvimento do conhecimento e especificamente, o matemático.

Babilónicos apresentavam habilidades e facilidades em efectuar cálculos. Tinham técnicas para equações quadráticas e bi-quadráticas, além de possuírem fórmulas para áreas de figuras rectilíneas simples e para o cálculo do volume de sólidos simples. Sua geometria tinha suporte algébrico, conheciam também relações entre os lados de um triângulo rectângulo e trigonometria básica, conforme descrito na tábua "*Plimpton* 322" (CASTELO, 2013, p. 20).

Os Babilónios, aproximadamente 1700 a.C., apresentavam a equação em uma tábua de argila e sua resolução era dada na forma de palavras, como uma "receita matemática". De acordo Boyer (1974), foram eles os primeiros a resolverem equações quadráticas, por volta de 4000 anos a.C.. Tinham um método todo especial.

Sem símbolos e fórmulas, para achar dois números cuja soma e o produto são dados. Eles usavam a forma dissertativa para descrever o algoritmo, que envolvia apenas manipulações de dados. Eves (2002) afirmam em textos babilónicos, escritos há cerca de 4000 anos, encontram-se descrições de procedimentos para resolver problemas envolvendo equações do 2º grau.

A orientação da história no estudo dos números é explicitada no texto ''*Os conteúdos e a abordagem*''. Essa decisão parece ter sido a alternativa encontrada pelos elaboradores para romper com a hierarquia estrutural dos números, uma das características da organização de propostas elaboradas segundo as orientações modernistas. Para os elaboradores, a opção pelo ''fio condutor que a história propicia'' forneceria abordagem mais adequada para tornar o estudo dos números mais significativo, citado por (MIGUEL e MORIM 2018, p. 45).

A resolução desse problema actualmente consiste em se encontrar as raízes da equação $x^2 - x = 870$, mas que os babilónicos resolviam por meio de uma "receita matemática". Neste sentido, autores como Rufino (2013), a resolução desse problema babilónico equivale exactamente a resolver a equação polinomial do segundo grau do tipo padrão:

$x^2 - sx = p$ ou $x^2 = sx + p$, que consiste em determinar dois números $x_1$ e $x_2$, conhecendo sua soma $s$ e seu produto $-p$. Tal enunciado corresponde ao sistema equivalente:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = s \\ x_1 . \ x_2 = -p \end{cases}$, escrevendo $x_1$ e $x_2$ na forma $x_1 = \frac{s}{2} + d$ e $x_2 = \frac{s}{2} - d$ e fazendo a substituição em $x_1x_2 = -p$, se obtém:

$x_1x_2 = \left(\frac{s}{2} + d\right).\left(\frac{s}{2} - d\right) = \frac{s^2}{4} - d = -p$, onde,

$d^2 = \frac{s^2}{4} + p = \frac{s^2+4p}{4}$. Deduzimos que $d = \sqrt{\frac{s^2+4p}{4}}$, (observe que $d \geq 0$ e $\in IR$).

Logo, temos que $x_1$ e $x_2$ são dados por:

$x_1 = \frac{s}{2} + \sqrt{\frac{s^2+4p}{4}} = \frac{s}{2} + \frac{\sqrt{s^2+4p}}{2} = \frac{s + \sqrt{s^2+4p}}{2}$ Ou

$x_2 = \frac{s}{2} - \sqrt{\frac{s^2+4p}{4}} = \frac{s}{2} - \frac{\sqrt{s^2+4p}}{2} = \frac{s - \sqrt{s^2+4p}}{2}$

No entanto, os babilónios não faziam uso de fórmulas para determinarem soluções de problemas que envolviam equações do 2.º grau. Actualmente a forma como esse povo resolvia esse tipo de equação ficou conhecida como **completamento quadrático**.

Portanto, os Babilónios foram povos que deram grandes contribuições no que se refere a educação matemática e a sua consequente aplicabilidade no quotidiano.

### 2.2.3. Equações do 2.º grau na civilização Grega

A Grécia está localizada ao Sul da Europa e seu surgimento ocorreu entre os mares Egeu, Jónico e Mediterrâneo, por volta de 2000 a.C., formou-se após a migração de tribos nómades de origem indo-europeia. De acordo com Eves (2002), em textos babilónicos, escritos há cerca de 4000 anos, encontram-se descrições de procedimentos para resolução de problemas envolvendo equações do segundo grau como, por exemplo: Áqueos, Jónios, Eólios e Dórios.

Nobre (2003), já na Grécia se pode encontrar muitos exemplos de problemas com equações do segundo grau. Os primeiros matemáticos gregos foram Thales de Mileto (~625-547 a.C.) e Pitágoras (~570-497 a.C.), passando por Euclides (~365-300 a.C.) com sua obra Os Elementos e chegando a Diofanto (~250 A.D.). Os gregos apresentavam dificuldade no tratamento da equação $x^2 = 2$na forma numérica, mas eles construíam figuras geométricas e resolviam a equação. Nas obras de *Euclides Os elementos* e *Data*, encontram-se demonstrações de equações quadráticas que possuem raízes positivas.

O berço da Matemática demonstrativa é a Grécia. Para eles como os babilónios, a álgebra simbólica estava longe de ser inventada. Usavam construções geométricas para estudar certas equações e a concepção da matemática grega, era diferente da babilónica, o povo (Grego) muito deviam à Matemática Egípcia e Babilónica.

Pitombeira (2004) revela que a matemática grega era diferente da matemática babilónica. Para entender como os gregos resolviam equações do segundo grau, teríamos que examinar alguns teoremas dos *Elementos de Euclides*. A ferramenta geométrica utilizada é o método da aplicação de áreas, que ocupa um lugar importante na Geometria grega.

O método utilizado pelos gregos para determinação a solução de problemas que recaiam em equações quadráticas tinha como base a geometria, área da matemática onde esse povo obteve destaque. De acordo Rufino (2013, p. 11), em *Os elementos de Euclides*, podemos encontrar soluções geométricas para equações que apresentam seguintes formas: $x^2 - sx + p^2 = 0 \Rightarrow x^2 - sx - p^2 = 0$, a solução geométrica para o caso particular $x^2 - sx + p^2 = 0$.

### 2.2.4. Equações do 2.º grau na civilização Árabe

Nobre (2003) reata que os textos de Al-Khwarizmi foram as primeiras obras traduzidas para o latim. Ele foi o responsável por introduzir em território europeu o sistema de numeração *hindu–arábico*. Para Al-Khwarizmi o zero não era considerado solução para as equações do tipo $ax^2 = bx$.

Ao obter a fórmula geral de resolução da Equações Completas do 2.º Grau, por meio de um método algébrico que é iniciado pela multiplicação de todos os membros da equação por $4a$, o autor, em uma das notas, afirma "este método, notável pela simplicidade é devido pelo Bháskara, matemático índico do século XII" (PEREZ Y MARIN, 1928, p. 2016).

Segundo Rufino (2013), o matemático e astrónomo Mohammed Ibn Mûsa Al-Khwarizmi, apresentou um brilhante método para justificar geometricamente, denominado actualmente método de completar quadrados, Mohammed apresentou 6 tipos de equações polinomiais em que apenas eram considerados coeficientes e soluções positivas (os números negativos não existiam). Matemáticos Islâmicos desse tempo não aceitavam números negativos como raízes ou coeficientes da equação, assim Al-Khwarizmi utilizou 6 casos de equações:

1. Quadrados iguais a raízes $ax^2 = bx$
2. Quadrados iguais a números $ax^2 = c$
3. Raízes iguais aos números $bx = c$
4. Quadrados mais raízes iguais a números $ax^2 + bx = c$
5. Quadrado mais números iguais a raízes $ax^2 + c = bx$
6. Raízes mais números iguais a quadrado $bx + c = ax^2$

Dividiu ainda esses seis tipos de equações polinomiais em simples e combinadas, representamos os referidos quadro (quadro 2).

**Quadro 2:** Conjunto de Equações Simples.

| Equações Polinomiais Simples | | |
|---|---|---|
| 1º Tipo | Quadrados iguais a raízes | $ax^2 = bx$ |
| 2º Tipo | Quadrados iguais a números | $ax^2 = c$ |
| 3º Tipo | Raízes iguais a números | $ax = b$ |

**Fonte:** Adaptado de Rufino, 2013.

De acordo com Carvalho (2008), a equação do segundo grau da forma $a^2$ + $bx$ + $c$ = 0 não fazia sentido para Mohammed, nesse tempo ainda não se tinha a utilização de números negativos, e o zero não era considerado solução. Para os três primeiros casos as soluções eram directas. Já para os três últimos casos, foram utilizados exemplos para as suas resoluções.

**Quadro 3:** Conjunto de Equações Combinadas.

| Equações Polinomiais Combinadas | | |
|---|---|---|
| 4º Tipo | Quadrados e Raízes iguais a números | $x^2 + \mathrm{sx} = p$ |
| 5º Tipo | Quadrados e números iguais a raízes | $x^2 + \mathrm{p} = sx$ |
| 6º Tipo | Raízes e números iguais a quadrados | $sx + \mathrm{p} = x^2$ |

**Fonte:** Adaptado de Rufino, 2013.

O quadro a seguir (quadro 4) ilustra a retórica usada pelos Árabes de acordo os métodos de resolução por eles usados. De acordo o Pitombeira (2004, pág. 21), Mohammed (quadro 4), demonstra o quadro que apresentada a raiz positiva da equação $x^2$ + 10$x$ = 39. O autor, não utilizava símbolos em suas equações polinomiais, sua álgebra deu-se face a dos hindus e gregos. A resolução é efectivada em três formas, a primeira coluna, mostra a solução de Al-Khwarizmi, a segunda seguindo passo com os valores numéricos e a terceira fornece uma primeira generalização para $x^2$ + $sx$ = $p$.

O referido quadro, ilustrado em três colunas, funções diversificadas e que foram preenchidas conforme o enunciado, para averiguar tal realidade, opta-se por a demonstrar.

Na mesma óptica, de acordo a linguagem retórica (Quadro 4), a relaciona com base a equação quadrática com o termo independente no membro direito ($x^2 + 10x = 39$), ilustrando como esses problemas eram resolvidos pelos referidos povos obedecendo cinco (5) passos para a devida solução: a metade do termo em $x$, determinando seu quadrado, e este o adicionar pelo termo independente, achar a raiz quadrada da soma e subtrair a mesma pela metade do termo em $x$.

**Quadro 4:** Resoluções: linguagem retórica, aritmética e álgebra

| Linguagem Retórica; | $x^2 + 10x = 39$ | $x^2 + sx = p$ |
|---|---|---|
| Reparta o número (coef.) de raízes ao meio (= 5); | $\frac{1}{2}$ . 10 = 5 | $\frac{s}{2}$ |
| Este multiplique por ele mesmo, o produto é 25; | 5 . 5 = 25 | $\left(\frac{s}{2}\right)^2$ |
| Some isto a trinta e nove (n.º) é sessenta e quatro; | 25 $+39 = 64$ | $\left(\frac{s}{2}\right)^2 + p$ |
| Tome a raiz de sessenta e quatro que é oito; | $\sqrt{64} = 8$ | $\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + p}$ |
| E subtrai a metade do número das raízes que é cinco, o resto é três (3); | 8 - $\frac{10}{2}$ = 3 | $\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + p} - \frac{s}{2} = x$ |
| Essa é a raiz do quadrado que você procura (3). | ------------------ | $x = \frac{-s + \sqrt{s^2 - 4p}}{2}$ |

**Fonte:** Adaptado de Pitombeira, 2004, p. 20.

Segundo Miguel e Miorim (2018), o método árabe, consiste também em fazer do primeiro membro um quadrado perfeito e extrair-lhe a raiz quadrada, para tal, é preciso se determinar, um binómio cujo quadrado se torne aplicável a essa questão, esse binómio é $2ax + b$, cujo quadrado é $4a^2x^2 + 4abx + b^2$ (1).

É interessante observar o método algébrico de completar quadrados, denominado de ‘‘método árabe’’, aproxima-se mais do método mencionado na obra *Vijaganita* de Bháskara, do que os presentes na obra *Hisab al-jabr w´al-muqabala* (Ciência da redução e da confrontação) de Al-Khwarizmi. O método denominado actualmente de “Viète” é uma versão generalizada e sob uma roupagem algébrica mais actualizada que aquela apresentada pelo matemático Viète, citado por (MIGUEL e MIORIM, 2018).

Os autores, Miguel e Morim (2018), apontam ainda um exemplo análogo dessa preocupação com apresentação de métodos históricos para a resolução de equações de 2º grau pode ser encontrado na obra *Álgebra Elementar*, 4ª edição, 1918, de Sebastião Francisco Alves. Na referida obra, o autor, expõe as diferenças metodológicas existentes entre os dois métodos:

> *"Para resolver este tipo foram instituídos dois processos diversos, um mais antigo, pelos Árabes, e outro, mais moderno por Viète, pelo primeiro processo, procura-se fazer depender a resolução da equações em questão de resolução da equação do primeiro grau e pelo segundo procura-se reduzir o tipo completo considerando ao tipo incompleto já estudado" (ALVES, 1918, pág. 251).*

Em um outro momento, de sua obra, Miguel e Miorim (2018), aponta de que quando discute os algoritmos, Alves novamente opta pela utilização de dois métodos. Entretanto, um dos métodos será desenvolvido e dará origem ao segundo. Essa decisão é explicitada pelo autor no início do referido trabalho:

> *"A descoberta dos logaritmos feita por Neper no começo do século XVII e contemplada pelo Briggs veio simplificar extraordinariamente os cálculos numéricos e aumentar os recurso algébricos necessários ao cálculo exponencial. Os logaritmos podem originar-se no cálculo de valores. Onde eles derivam de duas progressões, sendo uma geométrica e outra aritmética, ou na álgebra, onde são considerados como expoentes a que é necessário elevar uma certa base para ter todos os números possíveis. Considerando primeiramente a origem aritmética…" (ALVES, 1918, p. 339).*

Miguel e Miorim (2018) apontam de que a preocupação com a preservação de certos métodos históricos ou com certas concepções que foram historicamente produzidas também pode ser percebida em programas oficiais de Matemática entre finais do século XIX e começos do XX.

Para o efeito, todas as contribuições sobre a matemática, com incidência na história de matemática, como recurso metodológico auxiliar, nos fornecem importantes subsídios para o desenvolvimento eficaz e a compreensão do estudo da matemática na sua íntegra.

### 2.2.5. Equações do 2.º grau na civilização Hindu

Miguel e Miorim (2018, p. 44) “a partir de finais da década de 1980, momento em que se intensificam as críticas às propostas do *Movimento da Matemática Moderna* – que propunha uma matemática escolar orientada pela lógica, pelos conjuntos, pelas relações, pelas estruturas matemáticas, pela axionomia –, podemos receber uma crescente ampliação de manifestações da participação da história em textos dirigidos à prática pedagógica de matemática”.

É nesta vertente que nos ocupamos da presente pesquisa para a relacionar sobre uma civilização que muito contribuiu para o desenvolvimento matemático no que concerne às equações do 2º grau, a conhecida civilização Hindu.

Por falta de registos históricos autênticos pouco se sabe sobra a matemática hindu. “*Não se sabe para onde foram e qual fim que esse povo teve, pois, aparentemente foi totalmente dizimado, cerca de 4000 a.C.*”, de acordo Pitombeira (2004).

Nessa proposta, podemos identificar a participação da história aos menos sob três formas diferenciadas: como elemento orientador da sequência de trabalho como um tema específico, os números; na apresentação de diferentes métodos históricos; na discussão de problemas de natureza histórica, citado por Miguel e Miorim (2018, p. 46).

De acordo o Nobre (2003) havia dois personagens de nome Bháskara na história da matemática hindu, os historiadores descobriram sobre isso somente no início do século XIX. Bháskara I (séc.VI) era aluno de Brahmagupta e ficou conhecido na história da matemática como Bháskara I e realizou estudos sobre a obra de *Ãryabhata*. Bháskara Acharya (Bháskara II – séc. XII) viveu na Índia entre 1114 – 1191, aproximadamente. Seu livro mais famoso é o *Lilavati* com problemas simples de Aritmética, Geometria Plana e Combinatória.

Flóes (2013), Hindus aceitavam números negativos e irracionais, sabiam que uma equação quadrática tinha duas raízes formais, eles resolviam as equações pelo completamento de quadrados.

Pitombeira (2004, p. 21) afirma sendo Bháskara II como o matemático hindu que em um de seus trabalhos mostra como resolver a equação $ax^2 + bx = c$, para o efeito, Bháskara multiplica ambos os membros da equação por $a$, resulta: $(ax)^2$ + $(ab)x$ = $ac$.

Por conseguinte, se completam os quadrados da metade do termo em $x$ explicitamente: $(ax)^2 + (ab)x + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2$, o autor, Pitombeira (2004) ressalta ser interessante observar que, havia consciência que números negativos não são quadrados, e de que a quantidade de raízes de uma equação do 2º grau pode ser 0, 1 ou 2’’.

Pitombeira (2004) sobre a realidade, de acordo Bháskara II, o quadrado de uma grandeza seja ela positiva ou negativa é positivo: e a raiz quadrada de uma grandeza positiva é dupla, positiva e negativa. Uma grandeza negativa não tem raiz quadrada, logo não é uma grandeza.

Para exemplificar uma equação com duas raízes positivas, segundo Pitombeira (2004, p. 21), Bháskara II propõe o problema a seguir: “*A oitava parte de um bando de macacos elevada ao quadrado brinca em um bosque. Além disso, 12 macacos podem ser vistos sobre uma colina. Qual o total de macacos?*”.

Tal problema pode ser representado de forma algébrica, como: $\frac{x^2}{64} + 12 = x$, que tem como soluções $x$ = 48 e $x$ = 16.

Entretanto, compreende-se que utilizando diversificadas metodologias, se pode resolver um problema de várias maneiras, conforme o problema anterior na qual relacionava a um bando de macacos que brincavam em um bosque.

### 2.2.6. Equações do 2.º grau na civilização Chinesa

A civilização Chinesa resultou à partir das margens de rios Yang-Tsé e do rio Amarelo. Embora com poucos dados arqueológicos, rezam saberes de que tiveram sido encontrados, próximo de Pequim os restos de Homo erectus, que datam antes da era Cristã.

Nobre (2003, p. 5), um dos textos matemáticos mais antigos da China é do Chiu Chang SuanShu, não se sabe a época, nem quem o escreveu, sabe-se que ele teve várias edições e foi retrabalhado em 263 pelo matemático e astrónomo Chinês Liu-Hui Século III.

Eves (2011, p. 241) comenta sendo pouco material original dos chineses chegaram até nós, pois eles faziam seus registos em bambu, um material perecível. Além disso, o imperador Shï Huang-ti ordenou em 213 a.C. uma grande queimada de livros, e muitos deles foram reconstituídos de memória. Em consequência disso, muitos dos conhecimentos sobre a matemática chinesa primitiva tem base em informações orais e interpretações posteriores de textos originais.

A civilização chinesa foi uma das mais conhecidas e que contribuiu para o desenvolvimento da resolução das equações de grau 2, rezam de que os mesmos "*já conheciam o teorema de Pitágoras*".

Em 1303, o grande matemático Chinês daquela época, Chu Shi-Chieh, apresenta na obra *Ssu-yuân Yú-chien* (precioso espelho dos quatro elementos) uma técnica especial para a resolução da equação polinomial do 2.º grau, baseada em aproximações sucessivas, de grande precisão, denominada método de *fan-fan*, que foi apresentado de forma retórica e chega a uma única raiz (positiva), (FRAGOSO, 2000, p. 4).

Na mesma perspectiva, Fragoso (2000), ressalta ainda de que ‘‘em 1819, o matemático inglês, William George Horner, reivindica a descoberta do método de *fan-fan*, rebaptizando-o de método de Horner’’.

O método que a civilização chinesa empregava para a solução das equações do 2º grau "*fan-fan*" que consistia em pensar nos valores ou nas suas tentativas correntes até surgir a solução desejada, foi um método que surtiu grandes efeitos na época, *fan-fan* (fazer o cálculo até aparecer a solução desejada), a solução pretendida, já nem poderia ser alterada ou modificada, eis que sua aplicabilidade foi possível com base a certas análises.

Ufrgs (2013), Matemáticos dessa época teriam de usar várias regras para resolver equações do 2.º grau. Bháskara conhecia a que os indianos utilizavam "*multiplique ambos os membros da equação pelo número que vale quatro vezes o coeficiente do quadrado e some a eles um número igual ao quadrado do coeficiente original*".

## Capítulo III – Procedimentos metodológicos

Neste capítulo, apresentam-se as opções metodológicas utilizadas para a execução da presente dissertação e as técnicas usadas para análise.

Conforme Gil (2002, p. 41), para presente dissertação, a classificamos assim do ponto de vista da sua natureza, da forma de abordagem do problema, de seus objectivos e do ponto de vista dos procedimentos técnicos.

Nesta vertente, se classificou a pesquisa respeitando os moldes descritos e sem violar a ordem em que a mesma oferece.

Assim sendo, para se cumprir com os objectivos, contrasta-se as hipóteses:

**$H_0$ (Hipótese Nula)**: Se diversificarmos as possibilidades metodológicas no processo do ensino e aprendizagem das equações do 2º grau, se minimizarão as dificuldades que os alunos apresentam na resolução das equações do 2ºgrau.

**$H_1$ (Hipótese Alternativa)**: Se diversificarmos as possibilidades metodológicas no processo do ensino e aprendizagem das equações do 2º grau, não se minimizarão as dificuldades que os alunos apresentam na resolução das equações do 2ºgrau.

**Justificação**: apesquisa surge face às constantes debilidades registadas nos alunos em actividades de docência desenvolvidas nas escolas de I e II Ciclos de Saurimo. Com base nos programas nacionais de matemática proposto pelo INIDE, a temática é tratada em três (3) níveis de escolaridade (8.ª, 9.ª e 10.ª Classes), o que mostra tanta relevância, mas sua resolução restringe-se pela fórmula resolvente sem a demonstração do seu surgimento e pelos casos notáveis da multiplicação (na 8ª classe), limitando assim a aprendizagem desejada.

Todavia, limites impostos pelos programas nacional de matemática, nos levam em imergir pela história da matemática com a finalidade de se encontrar possíveis possibilidades para resolução das equações do 2.º grau e diversificar o conhecimento matemático que se aprende nas escolas.

As possibilidades em análise, não estão para substituir as existentes, mas sim aumentar o leque de métodos que o autor vai se familiar e escolher que lhe comova. Isto é, os usuais vão se mantendo activos, pois outras nos vão servir como alternativas para se chegar à solução de equações do 2.º grau. Sendo que a temática é abordada em diferentes classes, para cada realidade, a solução seria aplicar-se diferentes metodologias para a solução das tais equações.

Já que no programa de matemática nacional para resolução das equações do 2.º grau nos níveis em epígrafe, efectiva-se simplesmente utilizando duas possibilidades (a resolvente e a decomposição factorial), a partir da presente pesquisa, propõe-se mais três possibilidades (Viète, substituição e o diferencial ou de coordenadas do vértice). Para o efeito, depois de o INIDE se familiarizar com tais possibilidades, julga-se que procedesse da seguinte forma:

- Para a 8.ª classe, no que diz respeito à temática, se poderia resolver aplicando a decomposição factorial e o Método de Viète;
- Para 9.ª Classe, pela fórmula resolvente e o Método de Substituição;
- E na 10.ª Classe, se poderia optar para sua resolução o Método Diferencial ou de Coordenadas de Vértices, sendo que no II Ciclo do Ensino Secundário já se trata do cálculo diferencial.

No I Ciclo se restringirá apenas pelas mesmas pelo campo de acção se limitar ao domínio dos números reais ($\mathbb{R}$), ao passo que para o II se estende ao campo mais amplo por o mesmo se estender até ao domínio dos números complexos ($\mathbb{C}$).

Portanto, dos dois (2) métodos vigentes no programa nacional, mais as três (3) possibilidades propostas na presente pesquisa, sua inserção no programa nacional, seria útil sua aplicabilidade, respeitando as particularidades que cada nível de escolaridade oferece.

A reforma das propostas educativas começa com a mudança de mentalidades, com a caneta na mão, tendo em consideração os problemas diagnosticados e assegurá-los com possíveis resoluções.

O processo formativo é vasto, para o seu desenvolvimento, as possibilidades apresentadas são úteis, visto que as equações do 2.º grau em Angola, são sempre resolvidas aplicando o método resolventes e os casos notáveis de multiplicação, se limitando no I ciclo do ensino secundário (8.ª e 9.ª Classe) em conjunto de números reias ($\mathbb{R}$), ou seja, simplesmente no I ciclo, ao passo que no II Ciclo já estará habilitado o aluno a tratar da temática até ao conjunto de números complexos ($\mathbb{C}$), tudo será possível com a reformulação dos programas lectivos (de matemática) vigentes no país.

Segundo Samo e Santos (2019, p. 153) a estrutura educacional tem contribuído muito para os problemas de apreensão de conhecimento, desenvolvimento de senso crítico e o olhar sobre a diversidade, nesse sentido e que desenvolvemos uma pesquisa em 10.ª Classe do Liceu n.º 6, a qual essa pesquisa é um fragmento.

De acordo com a **Problemática,** atendendo quea matemática está presente em toda nossa vida, escassez de métodos que o programa nacional oferece para resolução de equações do 2.º grau, leva-nos em fazer buscas sobre diversas possibilidades para que se chegue à uma solução por várias vias e compreender até que ponto o assunto é tratado nas escolas angolanas em particular as do II Ciclo de Saurimo (Liceu n.º 6), nesse sentido, se fez uma revisão bibliográfica à partir de autores que dialogam sobre a Resolução de equações do 2.º grau a nível de mundo e nos focalizar nas escolas do II Ciclos do Ensino Secundário com grande realce na 10.ª Classes (actual Liceu) com o foco de pesquisar até que ponto os alunos utilizam um ou diferentes possibilidades e compreender como os professores gizam políticas para diversificar a aprendizagem na área.

## 3. Caracterização da pesquisa

### 3.1. Do ponto de vista da sua natureza

Para esta vertente, nos vamos apoiar em autores, como Prodanov e Freitas (2013, p. 51), e nesta perspectiva, de acordo sua natureza, é caracterizado como pesquisa **aplicada**, pois "objectiva gerar conhecimentos para aplicação prática dirigidos à solução de problemas específicos, envolve verdades e interesses locais".

Para a realidade patente da dissertação, foi com base a esta caracterização que estabeleceu-se uma ponte entre o problema identificado e suas possíveis possibilidades baseadas nos métodos: Viète, diferencial ou das coordenadas do vértice e o de substituição que envolve à solução de problemas que os alunos do ensino secundário acarretam.

### 3.2. Do ponto de Vista da Abordagem do Problema

Ainda, apoiando-se em Prodanov e Freitas (2013, p. 70), a pesquisa, é caracterizada como pesquisa **qualitativa**, por considerar-se que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objectivo e a subjectividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenómenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. O ambiente natural é a fonte directa para colecta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave.

Nesta abordagem, face a complexidade da temática e a forma de como os dados são descritos, a presente pesquisa se restringirá nesta óptica, na vertente **qualitativa**, apesar de em certa passagem aplicar-se procedimentos estatísticos, outrossim, a pesquisa, trata da temática que já vem sido abordada de diversas vertentes e em particular por se efectivar com recurso aos vários discursos manuscritos.

Nesta vertente, para a presente pesquisa, se associou uma descrição qualitativa a pesar que em certas passagens se fez tratamentos estatísticos, ela não muda de sua natureza.

### 3.3. Do ponto de vista dos objectivos

De acordo aos objectivos, definiu-se como **exploratória**, com base Prodanov e Freitas (2013, p. 51), ocorre quando a pesquisa se encontra na fase preliminar, tem como finalidade proporcionar mais informações sobre o assunto que se investiga, possibilitando sua definição e seu delineamento, isto é, facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objectivos e a formulação de hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto.

Assume também, em geral, de acordo Prodanov e Freitas (2013), as formas de pesquisas bibliográficas, "a pesquisa exploratória possui planeamento flexível, o que permite o estudo do tema sob diversos ângulos e aspectos". Em geral, envolve:

- Levantamento bibliográfico;
- Entrevistas com diversos profissionais que tiveram experiências práticas com o problema em pesquisa;
- Análise de exemplos que instigam a compreensão matemática.

Pois ela efectivou-se com base alguns documentos já existentes desde os velhos documentos desde as contribuições de grandes civilizações que contribuíram para o seu desenvolvimento até a actualidade.

### 3.4. Do ponto de vista dos procedimentos técnicos

De acordo Prodanov e Freitas (2013, p. 54), quanto aos procedimentos técnicos, ou seja, a maneira pela qual obtemos os dados necessários para a elaboração da pesquisa, torna-se necessário traçar um modelo conceitual e operativo dessa, denominado de design, que pode ser traduzido como delineamento, uma vez que expressa as ideias de modelo, sinopse e plano.

De acordo aos procedimentos técnicos a classificamos de pesquisa **Bibliográfica**, por se ter compilado com ajuda de diversificados materiais, ou seja, constituídos por livros, artigos científicos e outros.

Segundo Ramalho e Marques (2009, p. 11), a pesquisa bibliográfica terá sempre uma parte de fundamentação teórica sobre o assunto. Nessa parte, deve apresentar os conhecimentos adquiridos das leituras realizadas na bibliografia seleccionada para estudo, "importante salientar que a pesquisa bibliográfica é base para a pesquisa de campo ou de laboratório, pois, a fundamentação teórica é essencial a qualquer tipo de pesquisa". Por vezes, é realizada independentemente, percorrendo todos os passos do trabalho científico. Assim, como os demais tipos de pesquisa, a pesquisa bibliográfica exige do pesquisador procedimento crítico diante dos textos consultados e incluídos na pesquisa.

Para o efeito, a presente pesquisa, assim se definiu porque elaborou-se a partir do estudo de algumas referências teóricas existentes, enunciadas por meios materiais electrónicos, como: livros, artigos científicos, páginas de Web (sites), referenciando 1 (um) trabalho de Licenciatura defendido em 2018 na Universidade Lueji A´Nkonde/ ESPLS-Saurimo/ Angola, uma dissertação de Mestrado defendida em 2015 na Universidade Federal de Uberlândia/ Brasil e uma dissertação Mestrado em Matemática defendida em 2013 na UFERSA, Campus Mossoró-Brasil, 5 (cinco) manuais sobre Metodologia Científica, um guião de professor da 9.ª Classe, um Currículo de formação de Professor do II Ciclo do ensino secundário, um Manual de Matemática da 10.ª Classe da reforma educativa utilizado nas escolas do 2.º Ciclo do ensino secundário, com a finalidade de se analisar as estratégias que os autores utilizaram para introdução do conceito de equações do 2.º grau e sua resolução, os programas utilizados nas escolas do I e II do Ensino Secundário nacional e diversos Manuais de Matemática sobre a temática em abordagem e tantos outros materiais de distintas autorias.

### 3.5. Métodos de investigação utilizados

De acordo Prodanov e Freitas (2013, p. 26)**,** por método podemos entender o caminho, a forma, o modo de pensamento. É a forma de abordagem em nível de abstracção dos fenómenos. É o conjunto de processos ou operações mentais empregados na pesquisa. Os métodos gerais ou de abordagem oferecem ao pesquisador normas genéricas destinadas a estabelecer uma ruptura entre objectivos científicos e não científicos (senso comum). Tais métodos esclarecem os procedimentos lógicos que deverão ser seguidos no processo de investigação científica dos factos da natureza e da sociedade.

Os referidos autores (Prodanov e Freitas), defendem que são, pois, métodos desenvolvidos a partir de elevado grau de abstracção, que possibilitam ao pesquisador decidir acerca do alcance de sua investigação, das regras de explicação dos factos e da validade de suas generalizações. Podem ser incluídos, neste grupo, vários métodos, sendo que cada um deles se vai vincular a uma das correntes filosóficas que se propõe a explicar como se processa o conhecimento da realidade.

Nesta óptica, a pesquisa assenta-se em um método dedutivo e não só, desta feita, de acordo o entendimento clássico, por ser o método que parte do geral e, a seguir, culminando assim com o particular. A partir de princípios, leis ou teorias consideradas verdadeiras e indiscutíveis, prediz a ocorrência de casos particulares com base na lógica, GIL (2008, p. 9).

A ciência tem como objectivo fundamental chegar à veracidade dos factos. De acordo com Gil (2008, p. 8), no sentido, “não se distingue de outras formas de conhecimento. O que torna, porém, o conhecimento científico distinto dos demais é que tem como característica fundamental a sua verificabilidade”.

Assim sendo, consideramos na pesquisa os **métodos que indicam meiostécnicos de investigação** (com objectivo proporcionar ao investigador os meios técnicos para garantir a objectividade e a precisão no estudo dos factos sociais), nesta vertente, se classificou a pesquisa de acordo os métodos:

**MÉTODO TEÓRICO** – Consideraque é fundamental estudar suas raízes visando à compreensão de sua natureza e função, conforme Lakatos e Marconi (2007, p. 107), “as instituições alcançaram sua forma actual através de alterações de suas partes componentes, ao longo do tempo, influenciadas pelo contexto cultural particular de cada época” é o método típico em estudos qualitativos.

Para a presente pesquisa, com base ao referido método (o teórico), conseguiu-se em associar suficientes materiais para que a mesma tornasse real, apoiando-se de certas civilizações que contribuíram para seu desenvolvimento e de autores da actualidade que contribuíram para as mesmas até a face actual.

A intenção primordial da sua utilidade é de estudar as características e as particularidades que se aplicam às equações do 2.º grau nas classes anteriores, apoiar-se em diversas bibliografias, história da matemática e respeitar os subsequentes passos.

**MÉTODO OBSERVACIONAL** – É um dos mais utilizados nas ciências sociais e apresenta certos aspectos interessantes. "Por um lado, pode ser considerado um dos mais primitivos e consequentemente, o mais impreciso. Por outro lado, pode ser tido como um dos mais modernos, visto ser que possibilita o mais elevado grau de precisão nas ciências sociais." (GIL, 2008, p. 16).

Gil (2008, p. 16) destaca-se que o método observacional difere do experimental em apenas alguns aspectos na relação entre eles: nos experimentos, o cientista toma providências para que alguma coisa ocorra, a fim de observar o que se segue, ao passo que, no estudo por observação, apenas observa algo que acontece ou já aconteceu.

Outras o utilizam em conjunto com outros métodos. E pode-se afirmar que qualquer investigação em ciências sociais deve se valer, em mais de um momento, de procedimentos observacionais.

Para a realidade envolvente, através dele, conseguiu-se estabelecer uma ligação face a observação de aulas-modelo aos professores titulares e as contribuições dos alunos durante as mesmas.

**MÉTODO COMPARATIVO -** Ocupa-se da explicação de fenómenos e permite analisar o dado concreto, deduzindo desse os elementos constantes, abstractos e gerais. O comparativo procede pela investigação de indivíduos, classes, fenómenos ou factos, com vistas a ressaltar as diferenças e as similaridades entre eles. Sua ampla utilização nas ciências sociais deve-se ao facto de possibilitar o estudo comparativo de grandes grupamentos sociais, separados pelo espaço e pelo tempo (GIL, 2008, Pp. 16-17).

Gil (2008) enfatiza o método comparativo por se centrar em estudar semelhanças e diferenças, esse método realiza comparações com o objectivo de verificar semelhanças e explicar divergências. O método comparativo, ao ocupar-se das explicações de fenómenos, permite analisar o dado concreto, deduzindo elementos constantes, abstractos ou gerais neles presentes. Algumas vezes, o método comparativo é visto como mais superficial em relação a outros. No entanto, existem situações em que seus procedimentos são desenvolvidos mediante rigoroso controlo e seus resultados proporcionam elevado grau de generalização.

Daí, que para a presente pesquisa, acha-se útil diversificar metodologias para a resolução das mesmas, começando com a resolvente, culminado com possibilidades ora propostas.

**MÉTODO ESTATÍSTICO -** O papel deste método é, essencialmente, possibilitar uma descrição quantitativa da sociedade, considerada como um todo organizado. Conforme Gil (2008, p. 17), "este método se fundamenta na aplicação da teoria estatística da probabilidade e constitui importante auxílio para a investigação em ciências sociais." Deve-se considerar, que as explicações obtidas mediante utilização do método estatístico não devem ser consideradas absolutamente verdadeiras, mas portadoras de boa probabilidade de serem verdadeiras. Com base a utilização de testes estatísticos, possibilita-se determinar, em termos numérico, a probabilidade de acerto de determinada conclusão, bem como a margem de erro em um valor obtido, assim, o estatístico passa a se caracterizar por razoável grau de precisão, o que torna bastante aceito por parte dos pesquisadores com preocupações de ordem quantitativa.

Desta feita, para a realidade envolvente, o método entra em acção pois através do qual, conseguiu-se fazer a colecta, análise e interpretação dos dados à partir do cálculo percentual, gráfico de frequências com suporte ao questionário aplicado à referida amostra.

### 3.6. Instrumentos de colheita de dados

- **Técnicas de Recolha de Dados:**

**<u>Análise dos planos de aula da 8.ª, 9.ª e 10ª classe:</u>**

Centram-se nos conteúdos extraídos dos programas das classes em análise, valendo as contribuições de alunos, sendo que é para eles constituem a verdadeira amostra.

**<u>Acompanhamento de aulas nas classes em pesquisa:</u>**

Para se efectivar, foi possível assistir aulas modelos de diferentes professores que leccionam referidas classes, nas escolas afectas com a prévia autorização e um parecer dos dirigentes da instituição. Os dados foram possível sua execução com base um questionário formulado aos alunos do Liceu n.º 6 "José Manuel Salucombo" pertencentes a três (3 turmas) do curso de Ciências Físicas e Biológicas, cita em Saurimo província da Lunda Sul. Outrossim, para a presente pesquisa, com base aos resultados do questionário aplicados aos mesmos, por constituírem o público-alvo, sendo que o professor prepara o conteúdo para tal fim.

A passagem, se efectivou assinalando espaços livres com um X, responder as questões submetidas à partir do **questionário** formulado e argumentar em alguns dos casos, se possível.

Os alunos questionados participaram de forma voluntária e com a finalidade de se reter as informações:

1.1. Sexo e a faixa etária;
2. Área de formação e a Classe;
3. O nível do conhecimento da matemática no que diz respeito as equações do 2.º grau, se aprendeu em que classe;
4. O domínio na resolução das mesmas pela fórmula canónica/ resolvente e porque sempre o coeficiente$a \neq 0$;
5. Quantos métodos o aluno conhece para a resolução das referidas equações;
6. Reatar se os métodos estudados em níveis anteriores diferencem-se no II Ciclo (Liceus);
7. Qual método usaria o aluno para a resolução da equação $6x^2 - 5x - 1 = 0$, com (1;$-\frac{1}{6}$) como Conjunto-Solução;
8. Qual a diferença o aluno nota entre uma equação do 1.º a do 2.º grua;
9. Quais as principais dificuldades que eles confrontam na resolução das mesmas;
10. A importância do estudo das equações do 2.º grau no nosso país.

Outrossim, nem todos responderam com eficiência, ou seja, uns por falta de vontade em contribuir com suas ideias, por vezes nem se importavam em preencher as questões que lhes foram propostas. Felizmente a maior parte dos alunos questionados no Liceu n.º 6 de Saurimo, responderam as questões que lhes foram submetidas à partir do mesmo meio e com as finalidades já descritas.

**População e Amostra**

Na óptica, escolheu-se como população todos alunos do ensino secundário afectos as classes mencionadas, dentre elas que representam uma amostra de 135 alunos (cento e trinta e cinco), ou seja, três (3) turmas do curso de Ciências Físicas e Biológicas, distribuídos 45 por cada uma delas (turmas) alunos do curso em epígrafe.

Sendo nosso público-alvo (o Aluno), não descartamos a possibilidade da interacção com os diferentes docentes que leccionam a matemática em distintos cursos, visto que os problemas são patentes por ser também o pesquisador um docente dos referidos níveis há anos. O questionário, constituído de dez (10) questões semi-abertas (ver anexo n.º 1), aplicou-se no dia 21 de Maio de 2019 (terça feira), sob tutela do pesquisador com autorização da orientadora. Explicou-se também aos alunos que o mesmo não é de carácter avaliativo.

Por esta razão no capítulo a seguir, vamos apresentar os limites que o programa nacional de matemática oferece para a sua resolução e as possíveis possibilidades a seguir para se inverter a realidade.

# CAPÍTULO IV: Possibilidade para melhoria do processo do ensino e aprendizagem de equações do 2.º grau a uma incógnita no contexto nacional

O tratamento metodológico de uma equação do 2.º grau em angola obedece uma sequência lógica, com respectivo programa afectos a cada classe, ou seja, os mesmos são elaborados a responder os interesses nacionais em cada nível de ensino. Entretanto, os programas nacionais de matemática em uso diferenciam-se à partir do 2º ciclo, isto mediante os cursos e já no 1º ciclo do ensino secundário são iguais em todas as classes.

## 4.1. Limites que o programa de matemática nacional impõe para resolução das equações do 2.º grau

A Nacional (Lei n.º 17, 2016)define o sistema educativo como sendo um conjunto de estruturas e modalidades, através da qual "se realiza a educação tendente à formação harmoniosa e integral da personalidade, com vista a consolidação de uma sociedade progressiva e democrática".

O programa nacional proposto pelo INIDE (2013) do I Ciclo, 2.ª Edição, a resolução das equações do 2.º grau é tratada em três (3) níveis de escolaridade e para a resolução das mesmas, se recomenda:

- Na 8.ª Classe, resolve-se equações do 2.º grau pela Lei do anulamento de produto, focalizando os casos notáveis da multiplicação;
- Na 9.ª Classe, a resolução das equações do 2.º grau à uma incógnita, atende aos objectivos:
  - Ser capaz de interpretar e de analisar as soluções de uma equação do 2.° grau;
  - Conhecer as regras de resolução da equação do 2.° grau nomeadamente a lei de anualmente, a fórmula resolvente;
  - Ser capaz de decompor um binómio ou trinómio em factores com vista a resolução das mesmas;
  - Ser capaz de resolver inequações do 2.° grau.

A definição de uma equação do 2.º grau, $ax^2 + bx + c = 0; a \neq 0$, temos três termos, dos quais o termo em $x^2$de coeficiente $\boldsymbol{a}$, o termo em $x$de coeficiente $\boldsymbol{b}$ e o termo independente $\boldsymbol{c}$ *(*ou coeficiente de $x^0$). Para a resolução de equações do 2.º grau, os programas propõem a fórmula resolvente já deduzida:

$$\mathbf{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$ → **Fórmula resolvente das equações do 2.º grau**.

**PROPRIEDADES**

- Se $b^2 - 4ac < 0$, a equação é impossível em $\mathbb{R}$;
- Se $b^2 - 4ac > 0$, a equação tem duas soluções distintas em $\mathbb{R}$;
- Se $b^2 - 4ac = 0$, a equação tem uma solução real: $S = \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

Isto de acordo Cano e André (2007: Pp. 33-35).

A equação do 2.º grau, no contexto nacional, por se tratar de temática que quase estuda-se em todos os ciclos de escolaridades, sua resolução carece bastante reflexão, daí que apresenta-se nesta pesquisa mais três (3) possibilidades, focalizadas pelos métodos algébricos para a sua resolução.

Logo, para referidos níveis, prima-se para a resolução de equações do 2.º grau considerando as regas: Lei de anulamento e aplicando a fórmula resolvente, tendo como limite o $\mathbb{R}$. **Na 10.ª Classe, mantém-se as regras anteriores, mesmo para o referido Ciclo com o campo de acção mais amplo e se estendendo ao domínio $\mathbb{C}$.**

### 4.2. Possibilidades propostas para resolução de equações do 2.º grau no I e II Ciclos do ensino secundário nacional

Para resolução das equações do 2.º grau no I e II Ciclo do ensino secundário nacional, com a finalidade de diversificar as possibilidades metodológicas, propõe-se possíveis possibilidades com o fim de enriquecer os programas de matemática vigentes no país referentes aos ciclos em abordagem, dentre as quais (possibilidades), destacam-se mais três para promover a aprendizagem desejada, nomeadamente:

### 4.3. Método de Viète

Ométodo de Viète consiste em observar se a condição da equação, conduz em aplicar o método, ou seja, se os coeficientes da equação e o termo independente a sua soma for nula. Seguidamente, se:

- Os coeficientes forem nulos, tem-se duas soluções que uma será ±1 e outra a razão entre o valor de $\pm c$ por $a$;

- O método de Viète baseia-se em determinar soluções de equações do 2.º grau e consiste em fazer ou transformar a variável $x$ em outras duas variáveis, sem comprometendo as raízes da equação (mesmo aplicando as vigentes no programa de matemática vigente no país a solução será a mesma), fazendo $x = u + v$, caso a soma dos coeficientes não for nula;
- Desenvolver a transformação de equação entre os coeficientes e por último verificar o resultado.

Há mais duas (2) deduções que a fórmula de Viète apresenta para resolução das equações do 2.º grau:

**Outras deduções que a Fórmula de Viète apresenta**

No decurso da história, apareceram muitas deduções diferentes para a solução das equações do 2.º grau. No que segue apresentaremos, mais duas demonstrações e as mesmas são atribuídas ao matemático François Viète.

Khoi e Oanh (2015, Pp. 20-24) abordam o tema sobre as equações do 2.º grau inclinando na diversificação de métodos de resolução que o docente deve propor ao aluno de modo a permiti-lo ter um panorama mais amplo de escolha.

Apresentamos o desenvolver do método de Viète para a resolução de equações do 2.º grau a uma incógnita:

a) Se a **equação $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$**, com$a \neq 0$ satisfizer as condições:

- $a + b + c = 0$, então a equação terá duas raízes: $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$. Demonstração: pela hipótese $a.1^2 + b.1$ +c $= 0$, $x_1 = 1$ é uma das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$. Pela fórmula de Viète: $x_1x_2$=$\frac{c}{a}$, como tem-se $1.x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow x_2 = \frac{c}{a}$ ;
- $a - b + c = 0$, a equação terá duas raízes negativas que são: $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$. Demonstração: pela hipótese $a(-1)^2 +$ b$(-1) + c = 0, x_1 = -1$ é uma raiz da equação dada, pela fórmula de Viète: $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$ com $x_1 = -1$ e $x_2 = -\frac{c}{a}$ , correspondem a soluções da equação $ax^2 + bx + c = 0$.

b) **Dada uma equação do tipo$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$** (1.0), com *a, b* e *c* constantes reais e *a* ≠ 0, se a soma ou diferença entre os coeficientes e o termo independente não forem nulo, isto é, se $a \pm b + c \neq 0$ vamos utilizar o procedimento:

b.1.) O método consiste em determinar as soluções de equações do 2.º grau, efectuamos a transformação de $x$ na Equação (1.0) em outras duas variáveis, isto é, $x = u + v$. Dessa maneira, teremos:

$$a(u+v)^2 + b(u+v) + c = 0$$

Esta substituição não compromete a solução da equação. Resolvendo este produto notável, tem-se:

$$au^2 + 2auv + av^2 + bu + bv + c = 0$$

Agrupando em função da variável $v$, tem-se:

$$au^2 + (2au+b)v + av^2 + bu + c = 0 \qquad (1.1)$$

Anulando o termo: $(2au+b)v$ = 0, vem

$$2au + b = 0$$

$$2au = -b, \text{ isolando } u$$

$$u = -\frac{b}{2a} \qquad (1.2)$$

Assim a equação (1.1) fica da seguinte forma: $au^2 + av^2 + bu + c = 0$ e substituindo $u$ por $-\frac{b}{2a}$, na referida equação, resulta:

$$av^2 + a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = 0$$

$av^2 + \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c = 0$, simplificando o $a$ a partir da segunda expressão, tem-se:

$$av^2 + \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = 0, \text{ efectuando}$$

$$av^2 + \frac{b^2-2b^2}{4a} + c = 0$$

$$av^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0, \text{ isolando } v,$$

$$av^2 = \frac{b^2-4ac}{4a}$$

$$v^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$v = \pm \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \qquad (1.3)$$

O $b^2 - 4ac,$ é chamado discriminante da equação e $b^2 - 4ac \geq 0$, só assim terá sentido em $\mathbb{R}$, lembrar que $x = u + v$.

Nesta óptica, o método de Viète para resolução de equações do 2.º grau, como possibilidade para resolução de tais equações é viável para o I Ciclo tendo em conta que os procedimentos são de fácil compreensão e o campo de acção no referido ciclo permite uma melhor familiarização do conteúdo. Como também é adequado para o II Ciclo do ensino secundário.

### 4.4. Método de substituição

A resolução das equações do 2.º grau pode se efectuar, utilizando o método de substituição. Isto é, usando o método de Viète e fazendo uma substituição de variável mais adequada nos permitirá encontrar a fórmula resolutiva com mais rapidez.

Sendo a equação do 2.º grau, da forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, substituir na referida equação o $x$ por $y - \frac{b}{2a}$ , o que nos leva a seguinte expressão:

$$a\left(y - \frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(y - \frac{b}{2a}\right) + c = 0$$

Daí,

$$a\left(y^2 - \frac{yb}{a} + \frac{b^2}{4a^2}\right) + b\left(y - \frac{b}{2a}\right) + c = 0$$

Consequentemente,

$$ay^2 - yb + \frac{b^2}{4a} + by - \frac{b^2}{2a} + c = 0$$

ou,

$$ay^2 + \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = 0$$

logo,

$$ay^2 - \frac{b^2}{4a} + c = 0.$$

Passando os termos $-\frac{b^2}{4a} + c$ para outro membro da equação, tem-se:

$$ay^2 = \frac{b^2}{4a} - c,$$

ou seja,

$$ay^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

e isolando $y$, resulta,

$$y = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

por fim,

$$y = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Sabendo que objectivo, obter o valor de $x$, substituí-se $y$ na equação $\boldsymbol{x = y - \frac{b}{2a}}$, obtém-se:

$x = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} - \frac{b}{2a}$ , concluindo, $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ , que corresponde à fórmula resolutiva do trinómio do 2.º grau, mas aplicando artifícios em epígrafes com base a substituição de variáveis, estamos aplicando o método de substituição para a resolução das equações do 2.º grau.

O referido método se pode utilizar no I ou II Ciclo do ensino secundário e não se vai subcarregar os programas porque o assunto sobre as equações do 2.º grau é abordado em três níveis de escolaridades 8.ª, 9.ª (I Ciclo) e 10.ª classe (II Ciclo), se pensar-se em cada nível de escolaridade uma possibilidade ou duas para resolução de tais equações, poderá se diversificar a aprendizagem e revendo assim as limitações pelos programas nacionais de matemática referentes a tais níveis de ensino.

## 4.5. Método Diferencial ou de Coordenadas do Vértice

A partir da equação $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$**,** com $a \neq 0$, o valor de $x$ pode ser expresso da seguinte forma:

$$x = [f'(x) = 0] \pm \sqrt{\frac{-f[x_v = f'(x) = 0]}{a}}\ ,$$

Onde,

$$[x_v = f'(x) = 0] = -\frac{b}{2a} \text{ e } f[x_v = f'(x) = 0]$$

é o valor que a função assume no ponto $\boldsymbol{x_v = (f'(x) = 0)\ = -\frac{b}{2a}}$ ,

ou seja,

$$\boldsymbol{f[x_v = (f'(x) = 0)] = -\frac{\Delta}{4a}}\ \textbf{.}$$

Como,

$$\boldsymbol{x_v = (f'(x) = 0)\ = -\frac{b}{2a}}$$

é também chamado de $\boldsymbol{x_v}$ , ou seja, a **abcissa do vértice**, já a **ordenada do vértice** será:

$$\boldsymbol{f[x_v = (f'(x) = 0)] = -\frac{\Delta}{4a}}\ \textbf{,}$$

é da mesma forma igual a $y_v$ , que corresponde a ordenada do vértice. Então, através das coordenadas do vértice, podemos obter a fórmula resolutiva, desta feita, tem-se:

$$x = x_v \pm \sqrt{\frac{-f[x_v = (f'(x) = 0)]}{a}} \text{ou } x = x_v \pm \sqrt{\frac{-y_v}{a}}$$

Portanto, para encontrar as raízes de um trinómio do segundo grau da forma $\boldsymbol{f_{(x)} = ax^2 + bx + c}$**,** à partir da mesma, encontra-se a primeira derivada de $\boldsymbol{f_{(x)}}$ou seja: $f'_{(x)} = 2ax + b$, se $f'_{(x)} = 0$, tem-se, $x_v = -\boldsymbol{\frac{b}{2a}}$ .

Sendo, $x = x_v \pm \sqrt{\frac{-f\left(\frac{-b}{2a}\right)}{a}}$.

Daí, encontram-se, $x = x_v \pm \sqrt{\frac{-\left(\frac{-\Delta}{4a}\right)}{a}}$, ou seja, $x = x_v \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4a^2}}$ . Isto se apoiando em Vale (2013, p. 37).

Portanto, desenvolvendo obtém-se:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Aplicamos o método diferencial, desenvolvemos práticas que nos podem levar até à fórmula resolutiva das equações do 2.º grau sem dar-se por conta, a vantagem é que à partir da técnica, pode-se obter ferramentas necessárias que nos levam ao desenvolvimento do raciocínio lógico e habilidades na prática afectas ao cálculo diferencial como uma das ferramentas para a resolução das equações do 2.º grau a uma incógnita.

O método é adequado ao 2.º Ciclo porque no referido ciclo, já se aborda sobre o conjunto dos números complexos e reformulando os programas, se pode anexar o conteúdo e ser compreendido de maneira eficaz.

Face às considerações expostas, propõe-se um exercício e o resolvemos de acordo com as três (3) possíveis possibilidades propostas.

**Exemplo:** Determine o Conjunto-Solução da seguinte equação, $x^2 - 7x + 6 = 0$, utilizando as possibilidades mencionadas para a sua resolução?

Realçar que as possibilidades apresentadas, são três: método de Viète, o de substituição e o Diferencial ou de Coordenadas de Vértice.

E antes de se resolver pelas possibilidades apresentadas, começamos por resolver aplicando a conhecida fórmula de Bháskara (ou Resolvente), posteriormente comparar com as apresentadas na pesquisa, assim sendo:

**Dados**

$\boldsymbol{x^2 - 7x + 6 = 0}$

$\boldsymbol{a = 1}$

$\boldsymbol{b = -7}$

$\boldsymbol{c = 6}$

**Fórmula**

**Subst. e Resolução**

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.1.6}}{2.1}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$x = \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6$ $\quad\vee x = \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x = 6 \qquad x = 1$

**Verificação**

$\boldsymbol{x^2 - 7x + 6 = 0}$ **Se** $x = \mathbf{6}$ $\Leftrightarrow 6^2 - 7.6 + 6 = 0$

$x = \mathbf{6}$ $\quad \mathbf{36 - 42 + 6 = 0}$

$x = \mathbf{1}$ $\quad \mathbf{-6 + 6 = 0}$

**0 = 0**

**Se** $x = \mathbf{1}$ $\Leftrightarrow 1^2 - 7.1 + 6 = 0$

$1 - 7 + 6 = 0$

$-6 + 6 = 0$

$\mathbf{0 = 0}$

**C.S.** $= \{\mathbf{1};\mathbf{6}\}$

A resolução deste tipo de equações e em particular no nosso país é feita aplicando a fórmula resolvente, o grande problema consiste em sua memorização (fórmula resolvente) de maneira imediata sem se preocupar em demonstrar o seu surgimento, a mesma não constitui novidade e quando se trata de equações do 2.º grau, pensa-se que só existe tal via para sua resolução. Para inverter o quadro e situarmos pesquisadores na área, somos levados a resolver (referida equação) utilizando três (3) possibilidades propostas:

**1ª POSSIBILIDADE**: Resolvemos a referida equação ($\boldsymbol{x^2 - 7x + 6 = 0}$), utilizando o método proposto pelo **FrançoisViète**.

**Na equação anterior, temos:** $a = 1$, $b = -7$ e $c = 6$, aplicando Viète, tem-se:

$$1 + (-7) + 6 = 0$$

$$1 - 7 + 6 = 0$$

$$-6 + 6 = 0$$

$0 = 0$, cumpre com a condição $a + b + c = 0$, logo, a equação do 2º grau tem como soluções imediatas:

$$x = 1 \vee x = \frac{c}{a} \Leftrightarrow x = \frac{6}{1} = 6$$

**DEMONSTRAÇÃO:** Pela hipótese $1.1^2 - 7.1 + 6 = 0$, $x = 1$ é uma das raízes da equação $\boldsymbol{x^2 - 7x + 6 = 0}$**,** pela fórmula de Viète $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ , já que temos a primeira solução ($x_1 = 1$), tem-se $1.x_2 = \frac{6}{1} \Leftrightarrow x_2 = 6$.

**C.S.=** $\{\mathbf{1};\mathbf{6}\}$

Como se pode notar, o conjunto de solução é análogo, mas ganha-se tempo e a um simples olhar se pode obter soluções viáveis sem recorrer-se a uma fórmula de forma de maneira decorada. É mais uma possibilidade apresentada ao leitor para o desenvolvimento progressivo de suas habilidades e aumentar o leque de possibilidades para resolução das equações de 2º grau e minimizar os limites impostos pelo programa nacional.

**2ª POSSIBILIDADE: Método de Substituição,** nesta possibilidade, faz-se a substituição da variável $x$ por $x = y - \frac{b}{2a}$, ou seja, na equação $\boldsymbol{x^2 - 7x + 6 = 0}$**,** o valor de $x$ será $x = y - \frac{(-7)}{2.1}$, que corresponde à $x = y + \frac{7}{2}$, o substituindo na equação dada, tem-se:$\left(y + \frac{7}{2}\right)^2 - 7\left(y + \frac{7}{2}\right) + 6 = 0$, atendendo que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, **Binómio quadrado.** Nesta óptica, $\left(y + \frac{7}{2}\right)^2 - 7\left(y + \frac{7}{2}\right) + 6 = 0$, transformando, resulta $y^2 + 7y + \frac{49}{4} - 7y - \frac{49}{2} + 6 = 0$, agrupando os termos semelhantes e anulando, teremos $y^2 + \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + 6 = 0$, determinando denominador comum $y^2 + \frac{49}{4} - \frac{49}{2} + 6 = 0 \Leftrightarrow \frac{4y^2 + 49 - 98 + 24}{4} = 0$. (
(4) (1) (2) (4)

Agrupando termos semelhantes, tem-se: $\frac{4y^2 - 25}{4} = 0$ e aplicando certos artifícios, tem-se:

$4y^2 - 25 = 0$, isolando $y = \pm\sqrt{\frac{25}{4}} \Leftrightarrow y = \pm\frac{5}{2}$

Sabendo que $x = y + \frac{7}{2}$ , substituindo o valor de $y = \pm\frac{5}{2}$ , o valor de $x$ será $x = \pm\frac{5}{2} + \frac{7}{2}$ ou seja: $x = \pm\frac{5+7}{2}$

$$x = \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} \quad \vee \quad x = \frac{-5+7}{2} = \frac{2}{2}$$

$x = 6$ $\vee$ $x = 1$

**C.S.**$=$ $\{\mathbf{1};\mathbf{6}\}$

Como se pode notar, os passos parecem ser demasiados, procede-se de tal maneira, a fim de melhor se compreender na prática e se colher contribuições aprofundados a respeito da temática.

Atendendo que as duas possibilidades são viáveis, por este motivo, somos obrigados a demonstrar a terceira, que o leitor fará análises e escolher a que se enquadre de acordo sua realidade.

**3ª POSSIBILIDADE:** Para a resolução de uma equação do 2.º grau, pode-se proceder utilizando de igual forma o **Método Diferencial ou de Coordenadas do Vértice.**

Para a equação anterior ($x^2 - 7x + 6 = 0$), a resolvendo pelo método diferencial ou de coordenadas do Vértice, basta a equação ser transformada por uma função, ou seja, $f_{(x)} = 0$, a equação dada será $f_{(x)} = x^2 - 7x + 6$ e a sua derivada é:

$$f'_{(x)} = 2x - 7$$

Anulando a função derivada, ou seja ($f'_{(x)} = 0$), teremos uma equação do primeiro grau: $2x - 7 = 0$, isolando $x$ e o transformando em função do vértice ($x_v$), resolvendo-a, resulta

$$2x_v - 7 = 0$$

$$2x_v = 7$$

$$x_v = \frac{7}{2}$$

Temos o resultado da abcissa do vértice, para completar a coordenada do vértice, há que se determinar sua ordenada e de acordo a equação, será $\boldsymbol{y_v} = -\frac{\boldsymbol{\Delta}}{\mathbf{4a}}$ **,** sendo $\boldsymbol{\Delta}$**,** o binómio discriminante ($\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{b^2} - \mathbf{4ac}$)**,** seu valor $\boldsymbol{\Delta} = (\mathbf{-7})^{\mathbf{2}} - \mathbf{4.1.6} = \mathbf{49} - \mathbf{24} = \mathbf{25}$**.** Tendo o valor do delta ($\boldsymbol{\Delta}$)**,** estaremos em condições de determinar a ordenadas do vértice:

$$y_v = -\frac{25}{4.1} = -\frac{25}{4}$$

$$y_v = -\frac{25}{4}$$

Sendo o objectivo, determinar o valor de $x$, e a partir da fórmula:

$$x = x_v \pm \sqrt{\frac{-y_v}{a}}$$

tem-se:

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{-(-\frac{25}{4})}{1}}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}.1}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$x = \frac{7}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{7}{2} + \frac{5}{2} \vee x = \frac{7}{2} - \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{12}{2} \vee x = \frac{2}{2}$$

$$x = 6 \vee x = 1$$

**C.S.=** $\{\mathbf{6};\mathbf{1}\}$

Assim sendo, comprova-se por esta possibilidade no seu desenvolver, se pode empregar a resolução pelas coordenadas do vértice, pois, sua execução, demonstram passos ligados a tais coordenadas $(x_v; y_v)$, uma vez determinadas, já será simples a sua substituição na soma, em prática, corresponde a uma grande exercitação, que nos leva a embarcar do cálculo diferencial, coordenadas do vértice até a radiciação.

Tendo efetuado a resolução em três (3) possibilidades, para melhor compreensão, deixa-se mais um exercício-modelo a fim de o mesmo ser resolvido pelas possibilidades ora anunciadas, com a finalidade de se verificar a compreensão por parte dos investigadores sobre a educação matemática, particularmente no que concerne à presente temática.

Resolver a equação $5x^2 - 3x - 2 = 0$, pelas três possibilidades apresentadas até encontrar o par ordenado $(1; -\frac{2}{5})$ como Conjunto–Solução da referida equação.

Resolução: (Consulte a pág. 107)

## CAPÍTULO V: Análise e interpretação dos resultados

Com base ao diagnóstico sobre as equações do 2.º grau à uma incógnita, os dados foram possíveis de serem compilados tendo em conta:

De acordo a idade dos alunos questionados que fazem parte da nossa amostra, variam entre 15 aos 21 anos. Os mesmos acham importante a aprendizagem das equações do 2.º grau, dos cento e trinta e cinco (135) alunos questionados, deram exemplos de aplicação das equações do 2.º grau, mas alguns de forma errada. As respostas colhidas a partir do questionário indiciaram os pontos de maiores dúvidas e erros, de acordo os procedimentos e métodos usados na resolução das equações do 2.º grau.

### 5. Análise de dados

Nesta secção, se fará uma análise com base as respostas tecidas pelos alunos norteadas a partir dos questionário aplicado pelo pesquisador e com a finalidade de se reter informações:

- O nível do conhecimento da matemática no que diz respeito as equações do 2.º grau;
- O domínio na resolução das mesmas pela fórmula canónica/ resolvente e porque sempre o coeficiente$a \neq 0$;
- Quantos métodos o aluno conhece para a resolução das referidas equações;
- Reatar se os métodos estudados em níveis anteriores diferencem-se no II Ciclo (particularmente do Liceus);
- Que método usaria o aluno para a resolução da equação $6x^2 - 5x - 1 = 0$, com (1;$-\frac{1}{6}$) como Conjunto-Solução;
- Qual a diferença o aluno nota entre uma equação do 1.º à do 2.º grau;
- Quais as principais dificuldades que eles confrontam na resolução das mesmas;
- A importância do estudo das equações do 2.º grau no nosso país.

Com base as informações, nem sempre fomos os alunos responderam as questões como se previa, a falta de bases foi notória no momento em que alguns se familiarizaram com o questionário. Daí, com base ao nível de conhecimento que os mesmos possuem sobre as equações do 2º grau foi possível se estabelecer um nível de conhecimento (Quadro 5) que eles possuem sobre a temática.

Nesta óptica, apresentam-se os possíveis resultados do questionário face as considerações tecidas por alunos diagnosticados (que representam nossa amostra) em domínios de conteúdos sobre a resolução das equações do 2.º grau de acordo os métodos por eles dominados.

**Quadro 5**: Nível de conhecimento obtido pelos alunos sobre a temática

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 5 | 3 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 | 3 | 5 | 5 | 4 | 5 | 5 |
| 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 3 | 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 3 | 5 | 4 |
| 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 3 |
| 5 | 2 | 3 | 2 | 5 | 2 | 3 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 2 | 5 | 3 | 4 | 2 | 5 | 3 | 5 | 2 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| 4 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 4 |
| 2 | 5 | 5 | 3 | 2 | 5 | 3 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 3 |
| 5 | 2 | 3 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 5 | 2 | 4 |
| 3 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 | 5 | 4 | 5 | 2 |

**Fonte:** O Pesquisador.

Assim, temos como variável em análise: **Nível de conhecimento obtido pelos alunos questionados,** que representa quanto ao tipo: **variável qualitativa** por se fazer narrativas que apartam diferentes fases compreendidas de diversos períodos da história do desenvolvimento da educação matemática.

**O presente estudo, contou com a participação de alunos da 10.ª Classe do ensino secundário Nacional,** com uma **amostra (N=135) alunos** de três turmas de Ciências Física e Biológicas da Escola do II Ciclo do Ensino Secundário de Saurimo (Liceu n.º 6).

Os dados colhidos, levam-nos a determinar diferentes elementos estatísticos que nos levarão asposteriores análises, assim, tem-se:

**Média: 4;** **Desvio Padrão: 1;**

**Intervalo de Var. (68%): 3 – 5;** **Coeficiente de Variação: 25%;**

**Mínimo: 2;** **Máximo: 5**

A **média** nos mostra a **variação relativa** dos dados**,** o **intervalo** é **absoluto** ou **o nível de conhecimentos dos alunos sobre a resolução de equações do 2.º grau,** nas três turmas questionadas em relação a média**,** vai de 3 á 5 valores e não há grande disparidade dos mesmos**.**

Face aos resultados, achamos útil estabelecer a seguinte escala (2-5):

**Excelente: 5** **Bom: 4**

**Regular: 3** **Mau: 2**

Sendo uma pesquisa deste carácter, acha-se pertinente organizar os dados (em epígrafe) numa tabela de distribuição de frequência:

**Quadro 6:** Grau de conhecimento obtido pelos alunos questionados.

| Grau de conhecimentos obtidos pelos alunos questionados | | | Nº de Alunos questionados | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Fr. | % |
| Abaixo da Média | 1 | 2 | 37 | 27,4% |
| Dentro da Média | 3 | 4,5 | 41 | 30,4% |
| Acima da Média | | 5 | 57 | 42,2% |

**Fonte:** O Pesquisador. 0 100%

N=135

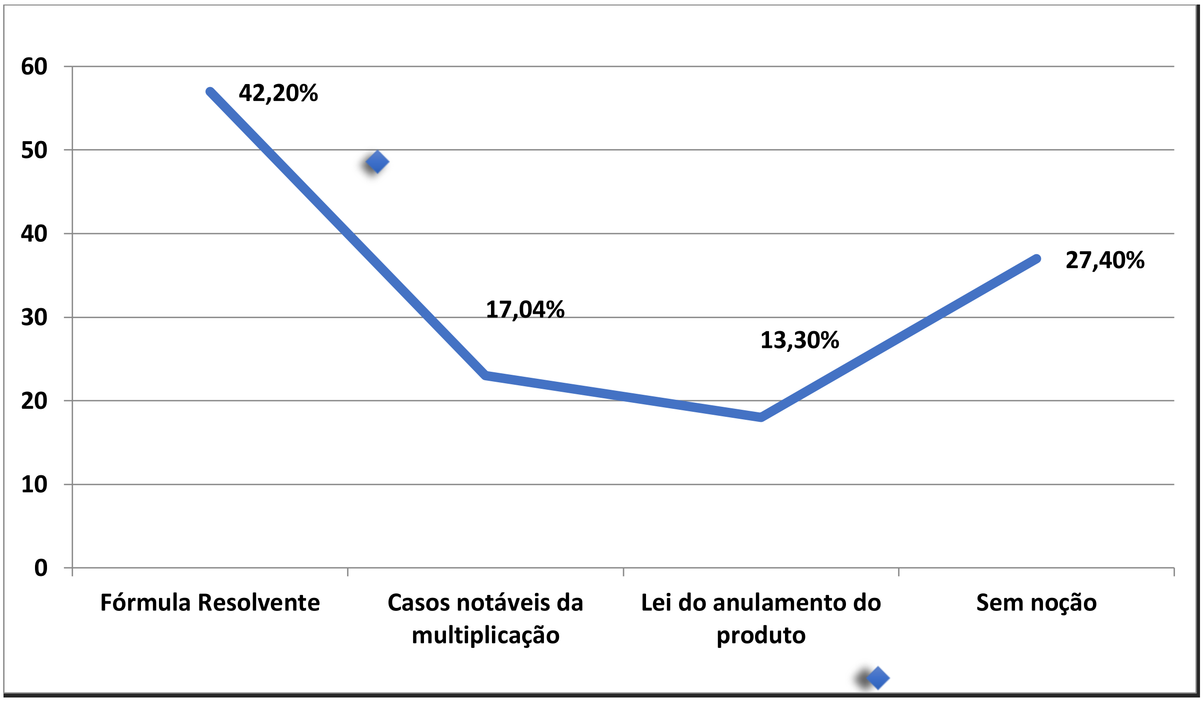
Implica ressaltar ainda, com ajuda do critério de distribuição de Gauss, chegou-se a uma conclusão antecipada, ou seja, se previu que a maior parte dos alunos têm resultados dentro da média por concentrar a percentagem superior as demais, entende-se nesta óptica que os mesmos dominam a resolução das equações do 2º grau aplicando a fórmula resolutiva (Bháskara) por conseguirem ter o aproveitamento dentro da média (3-5), sendo que a minoria dos alunos questionados, preferem o efectuar pelos casos notáveis da multiplicação ou aplicando a lei do anulamento de produto, noutros casos pela resolvente.

### 5.1. Interpretação dos resultados

Nesta óptica, respondemos as perguntas norteadas nesta pesquisa, a análise foi feita a partir da transcrição das respostas do questionário ao grupo dos cento e trinta e cinco (135) alunos, nas quais descreveram a forma como resolver uma equação do 2º grau por distintas vias, buscando assim identificar com ajuda das ferramentas estatísticas os possível se chegar aos certos resultados.

Os alunos com base ao questionário mostraram que para a resolução de equações do 2º grau o fazem aplicando os métodos (quadro 6): Resolvente (ou de Bháskara, Pelos casos notáveis de multiplicação com realce à lei do anulamento do produto e na referida amostra, muitos dos quais não têm a noção de como resolver uma equação do 2º grau.

**Figura 6-** Resultados do questionário aplicado aos alunos (de acordo o domínio do conteúdo por fórmulas)




**Fonte:** O pesquisador.

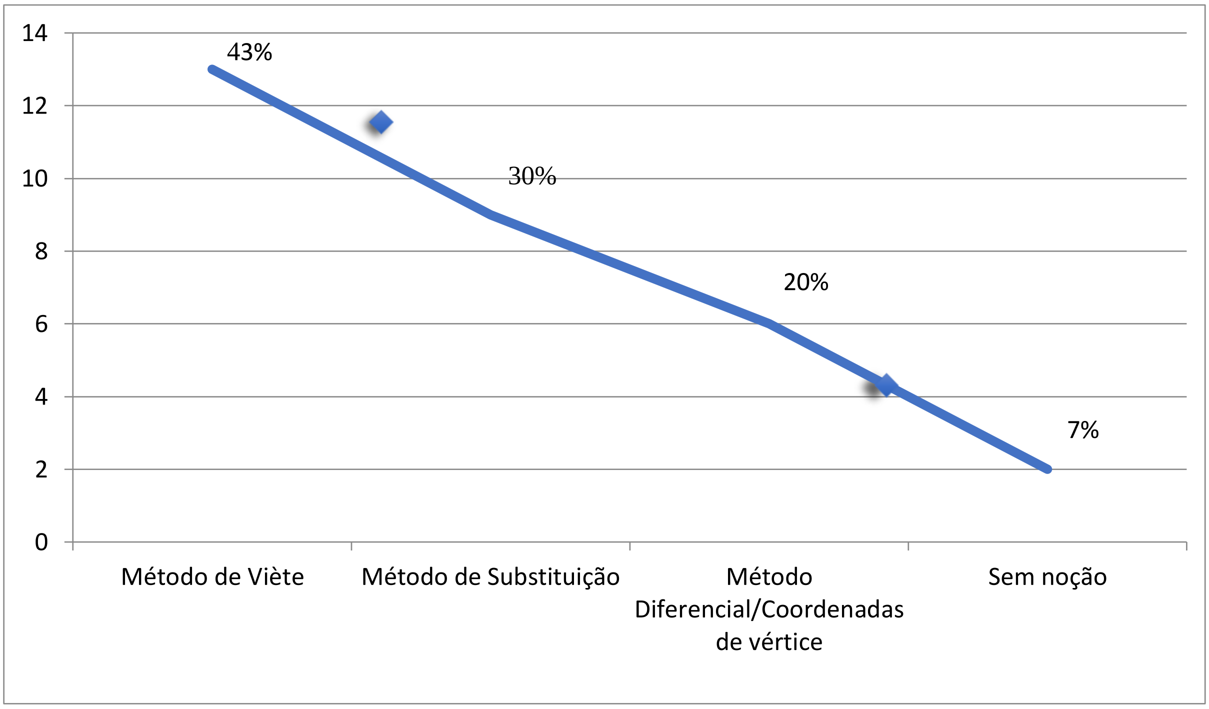
O gráfico sua linha vertical representa a quantidades de alunos questionados mediante um determinado instrumento de recolha de dados e a horizontal as distintas fórmulas usuais no ensino secundário nacional para a resolução de uma equação do 2º grau. Ao passo que a linha azul representa o nível de conhecimentos em percentagem que os alunos questionados possuem sobre a resolução de equaçõesdo 2º grau e por distintas fórmulas usadas no ensino secundário nacional e tendo como base os programas de 8ª, 9ª e 10ª Classes, sendo a última 10ª Classe do Liceu que constitui a nossa amostra. Onde os pontos representam as coordenadas formadas pelos alunos com o respectivo domínio de métodos ou fórmulas para se chegar a solução de uma equação do 2º grau à uma incógnita.

Assim sendo, observa-se dos 135 (cento e trinta e cinco) alunos que constituindo 100% da nossa amostra, 42% deles (57 alunos), para a resolução das equações do 2.º grau utilizam a fórmula resolvente (Bháskara) ou seja, se pretende afirmar que dominam a mesma, ao passo que 17% dos quais que correspondem á vinte e três (23) alunos para a resolução das mesmas optam aplicando **casos notáveis da multiplicação**, onde 13% deles (18 dos quais) as resolvem pela lei de anulamento do produto e 27% dos alunos constituindo 37 têm fraca porção ou seja não têm noção de como resolver uma equação do 2.º grau considerando a escala enunciada (2-5).

Com essa informação, fomos obrigados aprofundar na íntegra sobre a temática, desta feita, não se excluiu a possibilidade de se trabalhar com os docentes mas sim por se considerar que o pesquisador lecciona na referida escola há anos, achamos pertinente ter que trabalhar com alunos por se tratar de problemas do fórum comum.

Domínio das possibilidades apresentadas: Achou-se útil ensinar as possibilidades propostas, escolhendo na referida amostra que representa nossa população, 30 alunos, na qual, ensinou-se, e depois de familiarizarem-se com as actuais possibilidades, chegou-se aos seguintes resultados (ver fig. 7):

**Figura 7-** Resultados de acordo ao domínio as possibilidades




**Fonte:** O Pesquisador.

Dos trinta (30) alunos, da referida amostra, 13 (treze) com a maior percentagem, se familiarizaram facilmente com o método de Viète, 9 (nove) dos quais, optaram para resolução das mesmas pelo método de substituição da variável, ainda 6 (seis) deles se apropriaram da possibilidade de resolução envolvendo o método diferencial e 2 (dois) representando uma percentagem baixa e igual à 7% da referida amostra, não se familiarizaram com nenhuma das possibilidades apresentadas para a resolução de equações do 2.º grau, focalizando os métodos de Viète, Diferencial e o de substituição.

Isto com base uma análise tecida a partir de questionários aplicados a determinada amostra e consequentemente dela se extraiu 30 (trinta) com a finalidade de comprovar se na realidade os conhecimentos sobre respectivas possibilidades foram de fácil compreensão, como também se as mesmas ajudam a mitigar a carência que os alunos possuem para encontrar uma solução de equações do 2º grau sem que recorra aos métodos habituais como uma e única maneira para tais realidades.

Havia um exercício no questionário sobre a resolução das equações do 2º grau antes de os alunos se familiarizarem com as possibilidades apresentadas, como também mais um para os mesmos resolverem depois de se familiarizarem com as possibilidades descritas.

O exercício proposto leva-nos a construir um pensamento baseado num construtivismo ou seja, com diversificadas possibilidades se pode estabelecer uma meta que parte do simples ao complexo e respeitando hierarquias académicas (para classes inferiores partirem do simples e as complexas reservar para classes superiores).

## Considerações Finais

A presente dissertação incumbe-se no projecto final do Curso de **Mestrado em Ciências de Educação** com a linha de pesquisa **Ensino de Ciências e Matemática, Edição 2018,** desenvolvido pela **ULAN** em parceria com a **USP** numa duração de dois (2) anos. E a resolução de equações do 2.º grau, não se refere a um assunto da modernidade, pois as tentativas de encontrar soluções remontam grandes finalidades ao longo da história de humanidade.

Finalizamos a pesquisa, como que iniciando pelos questionamentos embutidos na observação que o programa nacional (Angolano), tem como relevante a equação do 2.º grau, tanto que, o conteúdo é tratado em três níveis de escolaridades (8.ª, 9.ª e 10.ª). Mas, se dá um contínuo tratamento metodológico, sem progresso nem modificação, pensar em outras formas, e até mesmo em um material que motivasse a pesquisa induz esse chegar aqui. É sabido que as dificuldades referentes as metodologias de ensino provoca que os professores de referidos níveis no país recorram aos mesmos métodos de resolução para diferentes Classes. O facto foi comprovado, pelas experiências do pesquisador como docente durantes anos no ensino secundário e em diferentes níveis de escolaridades (de 7.ª à 12.ª Classes) do país,é notório com grande ênfase as limitações que os materiais de ensino oferecem.

O resumo em português e foi traduzido em mais uma línguas: O Inglês, respeitando as normas estabelecidas pelo programa do Mestrado – ULAN, Edição – 2018 (em parceria com a USP). Outrossim, sua execução foi possível com base a norma ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas "*ABNT NBR 6023*") e apoiando-se também do Manual para Apresentação de Dissertação do Mestrado em Educação na ESPLN, proposto pela Comissão Científica do Mestrado, 24 de Junho de 2020. O ensino das equações do 2.º grau por diversas possibilidades aumenta o ângulo de entendimento e amplia o leque de assimilação sobre a temática. É desafiador mostrar o leque de exercícios e a sua resolução por possibilidades distintas, elas vêm provar que a matemática não é só o mundo de fórmulas prontas e aplicar, mas sim a disciplina do raciocínio lógico. Nesta lógica, o professor deve ser investigador e o promotor de novidades actualizadas a respeito de ciências nas salas de aula e fora dela.

Com base a temática, usando um teste diagnóstico aos alunos com o objectivo de compreender porque persistem as dificuldades na resolução de tais equações, e levando certos alunos a não se barricar atrás dos escudos de que amatemática é ciência doutro mundo, ou seja, difícil.

Experiências vivenciadas há anos como docentes mostram-nos de que a matemática é uma área de grande abrangência, nesta óptica, o professor deve conhecer seus alunos e os motivar em novas descobertas, preservando a interacção entre partes e cultivando um processo de ensino-aprendizagem saudável. No entanto, a matemática, não é simplesmente uma disciplina de interacção numérica, mas sim uma área que congrega diversos saberes e o professor tem de conhecer bem os meios a manusear e suas aplicabilidades em diferentes realidades e motivar para novas descobertas, preservando a interacção entre partes e promovendo um processo de ensino-aprendizagem pretendido.

Quando se fixa em uma única possibilidade para se chegar a solução de um problema, perde oportunidades de descobrir coisas novas, a presente pesquisa, justifica a necessidade que se teve e sua principal finalidade é de demonstrar mais três (3) possibilidade para a solução de equações do 2.º grau,especificamente em diversificar aaprendizagem matemática na resolução de equações do 2.º grau à uma incógnita. Expandir os horizontes de compreensão matemática, habilidade na resolução e a capacidade de abstracção, foi uma meta que se atingiu com a pesquisa, já que se trata de algo que não é explorado nos manuais didácticos e em programas vigentes no país.

As possibilidades para resolução de equações do 2.º grau baseada no método Viète, Diferencial e o de substituição, objectivam promover situações de aprendizagens que possibilitam aos professores e alunos o ensino e aprendizagem das equações do 2.º grau, evitando certas limitações que os programas e professores impõem aos alunos, como é o caso em decorar e aplicar a fórmula resolvente sem conhecer a sua origem. As possibilidades apresentadas levaram-nos a capacitar certos alunos em reflectir sobre actividades mentais e reflectir em operacionais lógicas para chegar a solução da equação.

Utilizou-se para o apuramento dos resultados um questionário, instrumento este de recolha de dados baseado em perguntas semi-abertas e sem descartar possíveis contribuições dos alunos envolvidos no processo. A pesquisa, conduziunos aos resultados satisfatórios, comprovou-se o facto de acordo os referidos resultados colhidos a partir dos alunos questionados, que existe dificuldades na resolução das equações do 2.º grau. O uso das possibilidades em epígrafe pode contribuir na eficaz resolução de equações do 2.º grau e mitigar as dificuldades que os alunos apresentam na resolução das mesmas, inovar faz bem.

As tentativas de se encontrar soluções de equações do 2º grau remontam séculos, a pesquisa, foi alavancada, respeitando as contribuições de **autores** como: Thales de Mileto, Pitágoras, Euclides, Al-Khowarizmi, Bháskara, François Viète, Cardano, Mercator, John Nepier, Luca Pacioli e tantos outros.

Houve várias civilizações que discutiram sobre as equações do 2º grau, nomeadamente: A Civilização Egípcia-Dupla Posição, a Chinesa-Fan-Fan, Babilónia-Produto, Grega-Geométrico e a Civilização Árabe-Complemento de quadrados.

Após pesquisa, apontamos como **possibilidades** para resolução das equações do 2º grau: O Método de Viète, de Substituição e o Diferencial ou de Coordenadas de Vértice. O que apresenta de novidade em conteúdo com o foco de abrir/ ampliar o leque do conhecimento na área.

As hipóteses foram confirmadas à partir do momento em que foi trazido para a amostragem outras possibilidades para resolução das equações do 2º grau.

## Recomendações

A proposta didáctica apresentada, baseada em três (3) possibilidades para resolução de equações do 2.º grau, surge como necessidade de mitigar as dificuldades que os alunos do Ensino Secundário enfrentam tendo em conta as limitações que os programas nacionais impõem para o efeito.

Recomendamos a Escola Superior Pedagógica da Lunda Norte, gizar políticas que pautem pela divulgação do conhecimento e num futuro breve que sejam encaminhadas pelo Gabinete Provincial de Educação, com intuito de que nas próximas propostas para livros didácticos, as possibilidades sejam encaminhadas para que o INIDE por sua vez possa fazer ajustes aos programas e elas virem a fazer parte de conteúdos nos futuros manuais didácticos, pois sua execução que respeitem os critérios partindo do particular ao geral.

Recomenda-se ainda neste sentido que as três (3) possibilidades apresentadas possam ser analisadas num contexto abrangente só assim irá proporcionar bons resultados. A investigação é dinâmica e esta fase proporciona diversificações de conhecimentos com a finalidade de contribuir por um processo de ensino-aprendizagem eficaz, como também, que haja mais trabalhos de natureza similar, como também haja mais incentivos para atrair investigadores que lidam de diversos saberes com grande realce aos estudantes, visto que serão eles os futuros profissionais.

Nesta óptica, o INIDE, tem de encontrar vias que possibilitem o acesso a informações com um fim de diminuir as dificuldades, sendo que as diversas bibliografias disponíveis no mercado, na sua maioria, seguem as linhas gerais deste programa durante décadas e sem novidades no aprendizado. Se assim persistir, como poderá o aluno interessado em expandir seus conhecimentos, potencializar sua compreensão matemática e aumentar sua capacidade de abstracção num sistema de limitação da aprendizagem dos fundamentos da matemática?

Sua resposta fica em aberto e todas contribuições tecidas serão de extrema importância para manter o foco da pesquisa em actualidade (activo).

**Principais procedimentos para continuação do trabalho**

Não se trata de novas metodologias, mas existentes e desconhecidas na nossa praça académica, enquanto vivos, deve-se aprender até onde for preciso. Recorrer a mesmas fórmulas, torna defeituoso e desmotiva quem tencionar escavar sobre um certo assunto. Em certos casos, acontece que quando se trata da resolução de equações do 2.º grau no país, desde a 8ª classe até as universidades praticamente não existem novidades metodológicas para se determinar tais soluções. O aluno fica bloqueado sem novidades e assim para além das possibilidades vigentes em programas e manuais lectivos, demonstramos mais três que achamos úteis para desenvolver tais práticas e sem se aplicar grandes artifícios.

Possibilidades focalizadas nos métodos de Viète, de Substituição e de Diferencial ou de Coordenadas de Vértices. Para resolução de equações do 2.º grau por vias apresentadas, espera-se que os agentes principais do processo de ensino, como também os investigadores no geral, se apropriem no máximo dos passos que as possibilidades apresentam, exercitem mais a partir de diversificados exemplos modelos e se incentivar mais trabalhos de diversas naturezas.

Sugere-se aos profissionais da área, que confrontem o conteúdo em epígrafe para com seus alunos, posterior, suas possíveis conclusões no que se refere a resolução de equações do 2.º grau à uma incógnita. Nada é difícil até ao ponto de não ser compreendido, pautando por explicações e exercitações constantes poder-se-á levar o aluno até ao aprendizado que se deseja. Tais possibilidades, não estão para substituir as que já fazem parte do programa vigente no país e sim, sugere-se que para cada nível de escolaridade se trate da temática, variando do mais simples para classes inferiores ao mais complexo para classes superiores, respeitando as hierarquias académicas. Sugere-se à ESPLN, que diante do exposto, aloque mecanismos para a divulgação do conhecimento e posterior, ser encaminhados aos órgãos de tutela com intuito de vir a fazer parte dos materiais didácticos em uso nos níveis envolventes.

Visto que o teor sobre a resolução das equações do 2.º grau, consta dos programas nacionais envolventes e ao guia do professor de matemática da 8.ª, 9.ª e 10.ªClasse, pobres em possibilidades didácticas inovadas. Propõe-se também que se aloque mecanismos para que o teor chegue até ao INIDE com a finalidade de um possível ajuste dos materiais da área, considerando as possibilidades diversificadas com o foco de aumentar o lequemetodológico, minimizar os problemas envolventes pautando por políticas Educativasdiversificadas e inovadoras.

Nesse sentido sugere-se ainda, que a história da matemática, possa ser um dos recursos metodológicos auxiliar no processo de ensino-aprendizagem da matemática, em específico deste conteúdo ou de outros, de forma a diversificar as limitações impostas pelos programas vigentes no país e mostrar aos alunos outras possibilidades para resolução de problemas do dia-dia, sendo assim, e quiçá o olhar por meio dos constructos de diversos povos ou de diversas civilizações que possam contribuir para diminuir o distanciamento entre o que se ensina e o que se aprende na área de matemática.Sugere-se que a história da matemática, possa ser um dos recursos metodológico auxiliar no processo de ensino-aprendizagem deste conteúdo ou de outros, de forma a minimizar as limitações os programas vigentes no país impõem e mostrar aos alunos outras vias para se chegar a uma solução matemática.

O ensino nacional tende a ser debilitado, face a vários factores, onde as limitações de conteúdos é um deles. Sugere-se ainda que ao se traçar os programas nacionais, não se limite apenas nas amostras extraídas a partir da capital do país(Luanda), tudo porque a realidades vigentes em por exemplo a comunidade do Sombo é muito diferente a vivenciada em Saurimo, daí que no final não se alcançarão os objectivos de forma equiparada, caso contrário, daí que na elaboração de programas e manuais escolares deve-se ter também em conta, os diferentes factores que cada realidade vivencia, pois,realidades da capital sãomuito diferente em algumas vertentes as outras regiões do ciclo nacional, por tudo estar centralizado, portanto, tudo será possível com a implementação de políticas inovadoras, constantemente actualizadas e valorização do pessoal docente e sua consequente qualificação deve ser um facto.

**Referências Bibliográficas**[3]


AMARAL, J. T. (1988)**Método de Viète para resolução de equação do 2.º grau.** Revista do Professor de Matemática.

ANDRÉ, D. J.; NASCIMENTO I. (2008).**Matemática 9.ª Classe**.1.ª Edição. Luanda/ Angola.

BIEMBENGUT, M. S. (2000).**Modelagem Matemática no Ensino.** São Paulo: Contexto. Brasil.

BOYER, C. B. (1974).**História da matemática**: Tradução, Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher. Brasil. Editora Da USP.

CALINHIQUE, O. J. Z.; SAMO, A. F. F. (2020).**Nível de percepção de crianças – adolescentes sobre a educação sexual na visão de professores**. Rev. KULONGESA–ISSN 2707–353X. v. 2 n.º 2.

CALLEJA, J. M. R. (2008).**Os professores deste século. Algumas reflexões.** Revista Institucional UTC. Portugal.

CANO, C.; ANDRÉ, D. J. (2007).**Guia do professor – Matemática 9.ª Classe**. 1.ª Edição. Lunda – Angola. Texto editores.

CARVALHO, A. M. P. de (2008).**ENSINO DE CIÊNCIAS POR INVESTIGAÇÃO.** Brasil. Cangange learning: São Paulo.

CASCAIS, M. das G. A.; TERÁN, A. F. (2014).**Educação formal, informal e não formal na educação em ciências.** CIÊNCIA EM TELA – Vol. 7, n.º 2. Brasil.

CASTELO, J. A. M (2013). **Resolução de equações quadráticas: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da sequência fedathi no seu ensino.** Dissertação de Mestrado em Matemática. CCUFC, Fortaleza. Brasil.

CHAQUIAM, M. et al. (2016).**Equação Quadrática:** Recorte da História das Equações. Brasil. Pp. 47-58.

CHEQUIAM, M. (2017).**Ensaios Temáticos e História da Matemática em Sala de Aula:** proposta para integração aos conteúdos matemáticos. 1.ª. Edição, BELÉM – PARÁ. Brasil.

COSTA, L. S. (2015).**Malba Tahan e a Revista Al-Karismi:** Diálogos e Possibilidades Interdisciplinares com a História da Educação Matemática no Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado em E.C.M. da U.F.U. Brasil, Agosto.

D'AMBRÓSIO, U. (1999). **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática.** In: BICUDO, M. A. V., Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. UNESP.

DILLENBOURG, P. (1999).**What do you mean by collaborative learning? In: DILLENBOURG, P**. Collaborative learning: Cognitive and Computational Approaches. Oxford-Elsevier.

EDUCAÇÃO, I. N. I. D. (2013).**Programa de Matemática** – 7.ª, 8.ª e 9.ª Classes. I CICLO ENSINO SECUNDÁRIO. 2ª Edição. Luanda – Angola, Editora Moderna. S. A..


[3] De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR 6023).

________________. (2005). **Currículo de Formação de Professores do 2.º Ciclo**. Luanda/ Angola.

________________. (1998). **Matemática Ensino de Base, 10.ª Classe.** Luanda/ Angola.

________________. (2013)**Programa de matemática** – 10.ª Classe. 2.ª Edição. Luanda/ Angola. Editora Moderna, S.A..

EVES, H. (2002). **Introdução à história da matemática**. 3.ª Edição. Brasil. Campinas (SP): Editora da Unicamp.

________. (2004). **Introdução a História da Matemática**. Brasil. Campinas (SP): Editora da Unicamp.

________. (2011).**Introdução à História da Matemática.** 5.ª Edição. Brasil. Campinas (SP): Editora da Unicamp.

FLÓES, R. A. (2013).**ESTUDOS DOS MÉTODOS HISTÓRICOS DE RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU**. Cadernos PDE – Volume I. ISBN 978–85–8015–076–6.

FONSECA, R. C. V. da. (2012).**Metodologia do Trabalho Científico.** Edição Revisada **–** ISCEDE. Brasil, S. A. Curitiba.

FOSSA, J. A.; Mendes, I. A. (1999).**Tendências actuais na educação matemática: experiência e perspectivas**. In: Encontro de Pesquisa Educacional do NE, 13. Anais.

FRAGOSO, Wagner da C. (2000).**UMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA EQUAÇÃO DO 2.º GRAU**. Sociedade Brasileira de Matemática. Revista do Professor de Matemática 43.

FREITAS, E. C. de; PRADANOV, C. C. (2013).**METODOLOGIA DO TRABALHO CIENTÍFICO:** Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Académico**.** 2.ª Edição, Universidade FEEVALE. Brasil. Editora Novo Hamburgo – Rio Grande do Sul.

GERDES, P. (1984). **A matemática ao serviço do povo**. Ciência e Tecnologia, n.º 7.

GIL, A. C. (1991)**Como Elaborar Projectos de Pesquisa.** 3.ª Edição. Brasil. São Paulo: Editora Atlas – S.A..

_________. (2002).**Como Elaborar Projectos de Pesquisa.** 4.ª Edição. Brasil. São Paulo: Editora Atlas – S.A..

_________. (2008).**Métodos e Técnicas de Pesquisas Sociais**. 6.ª Edição. Brasil. São Paulo: Editora Atlas – S.A. Brasil.

GIL, P. D. B. (2001). **François Viète: O despontar da álgebra simbólica**. Dissertação do Mestrado em Matemática **–** Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Portugal.

GOHN, M. da G. (2006).**Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas. Ensaio**: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.14, n.º 50. Brasil.

KHOI, T. D.; OANH, T. (2005).**Equações, Inequações e Funções Quadráticas**. Lda. – Angola. 1.ª Edição – Mayamba Editora.

LIBÂNEO, J. C. (1994). **O processo de ensino na escola**. SP: Cortez.

MARANDINO, M.; SELLES, S. E.; FERREIRA, M. S. (2009).**Ensino de Biologia: histórias e práticas em diferentes espaços educativos.** Brasil.São Paulo: Cortez.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. (2018).**História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2.ª Edição; 2.ª reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora.

MORRIS, T. E. (2004).**Se Aristóteles dirigisse a General Motors? a nova alma das organizações**. Trad. Ana Beatriz Rodrigues; Priscilla Martins Celeste. Brasil. Rio de Janeiro: Elsevier.

NACIONAL, A. (2016). **Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino (Lei n.º 17/16).** Luanda/ Angola, 07 de Outubro.

Nacional, A. (2020). **Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino (Lei n.º 32/20)**. Luanda/ Angola, 12 de Agosto.

NOBRE, Sérgio. (2003).**História da Resolução da Equação de 2.º grau: Uma Abordagem Pedagógica. Colecção história da matemática para professores.** Editora Sociedade Brasileira de História da Matemática. Rio Claro – SP: Abril.

PEREZ Y MARIN, A. (1928).**Elementos da Álgebra**. São Paulo: Escolas Profissionais do Lyceu Coração de Jesus.

PIAGET, Jean. (1087). **O nascimento da inteligência na criança**. 4.ª Edição. Brasil. Rio de Janeiro: Guanabara.

PITOMBEIRA, J. B. (2004). **Revisitando uma velha conhecida.** Departamento de Matemática. Brasil PUC – Rio.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. (2013). **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho académico**. 2.ª Edição Novo Hamburgo: Feevale.

RAMALHO, Â. M. C.; MARQUES, F. L. M. (2009). **Classificação da Pesquisa Científica.** UFRN/ UEPB, Brasil.

RUFINO, F. A. A. (2013). **Métodos Algébricos e Geométricos para determinação das raízes das equações polinomiais de grau dois, três e quatro.** Dissertação de Mestrado em Matemática. Brasil. João Pessoa – PB, UFPB.

SAMO, A. F. F.; MAIAVO, A. K. C. (2018). **Resolução de Equações do 2.º Grau pelo Método de Viète.** Monografia de Licenciatura em Ensino de Matemática na ULAN/ ESPLS. Saurimo – Angola.

SAMO, A. F. F.; SANTOS, E. C.(2019).**EQUA–AÇAO OU UMA AÇAO–INEQUA? REVISITANDO O ENSINO DE EQUAÇÃO DO 2.º GRAU EM ANGOLA**. Revista ABPN. V.11, Pp. 150–172, Outubro de 2019| ISSN 2177–2770. Bahia – Brasil, 30 de Dezembro.

SANTOS, E. C. (2013). **Para além dos números... África e africanidade na formação de professores: enfoque etnomatemático para uma reorientação educacional**. Tese de Doutoramento em Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo: s.n., Brasil.

SANTOS, E. C. (2018).**As Ticas da matema de algumas etnias africanas: suporte para a decolonialidade do saber.** Revista ABPN. V.10, Pp. 88– 112, Jan. 2018| ISSN 2177–2770. Bahia–Brasil, 03 de Agosto.

SKINNER, B. F. (2005).**Ciência e Comportamento Humano.** Brasília, Martins Fontes. Brasil.

UFRGS. (2013).**Bháskara descobriu a fórmula de Bháskara?** Acesso em: 20 Janeiro.

VALE, A. F. A. do. (2013).**As Diferentes Estratégias de Resolução da Equação do Segundo Grau.** Dissertação (Mestrado em Matemática) na UFERSA. Brasil. Campus Mossoró.

WIERSEMA, N. (2000).**How does Collaborative Learning actually work in a classroom and how do students react to it?** A Brief Reflection.

**Anexos**

**N.º 1 – Respostas do exercício proposto aos alunos a partir do questionário (**$6x^2-5x-1=0$)

**Aluno – 1**

Para o Exercício $6x^2-5x-1=0$, usaria Para Sua resolação o Método de Composição factorial, A Saber:

$6x^2-5x-1=0$

$(x-5)$

$(6x-1/5)\ (6x+1/5)$

$x=5=0 \quad \vee \quad 6x+{}^{-1}/_5=0$

$x=0+5 \quad \vee \quad 6x+{}^{-1}/_5=$

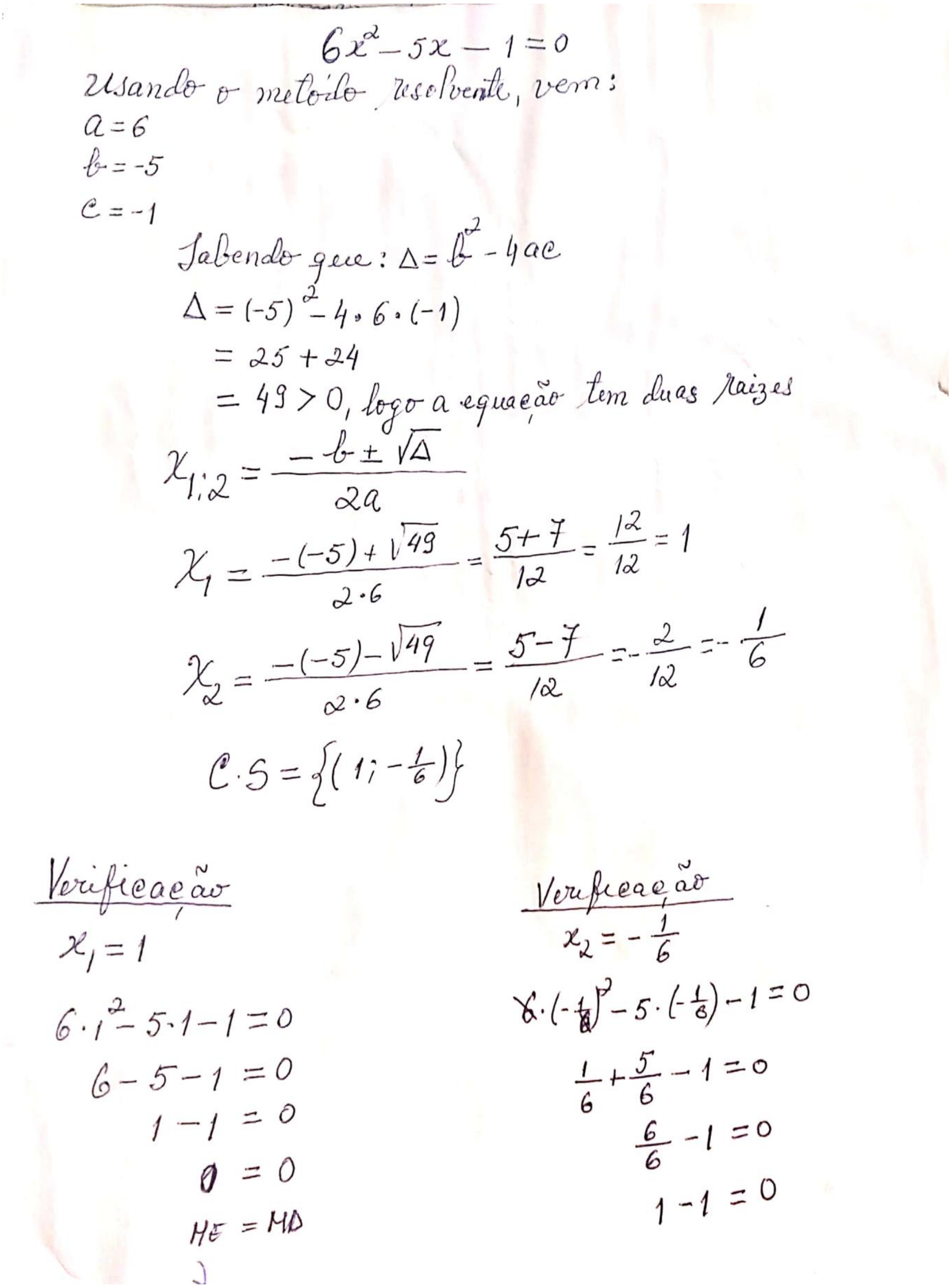
$x=5 \quad \vee \quad x={}^{-1}/_{5.6}$

$x=5 \quad \vee \quad x\approx 1/30$

Conjunto - Solução $=(5, -1/30)$

Uma das soluções demonstradas por um dos alunos questionados.

## Aluno – 2



$$6x^2 - 5x - 1 = 0$$

Usando o metódo resolvente, vem:

$a = 6$

$b = -5$

$c = -1$

Sabendo que: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)$

$= 25 + 24$

$= 49 > 0$, logo a equação tem duas raizes

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{5+7}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2 \cdot 6} = \frac{5-7}{12} = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$$

$$C.S = \{(1; -\tfrac{1}{6})\}$$

Verificação

$x_1 = 1$

$6 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 - 1 = 0$

$6 - 5 - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

$0 = 0$

$ME = MD$

Verificação

$x_2 = -\frac{1}{6}$

$\cancel{6} \cdot (-\frac{1}{\cancel{6}})^2 - 5 \cdot (-\frac{1}{6}) - 1 = 0$

$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} - 1 = 0$

$\frac{6}{6} - 1 = 0$

$1 - 1 = 0$

Uma das soluções demonstradas por um dos alunos questionados.

**ALUNO 3**

**Resolução do exercício proposto a um dos 30 alunos.**

23

Resolução: $5x^2 - 3x - 2 = 0$

1º Viéte:

$a + b + c = 0 \Leftrightarrow 5 - 3 - 2 = 0 \Leftrightarrow 5 - 5 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$

$x = 1 \quad \wedge \quad x = -\frac{2}{5} \qquad C.S. = (1, -2/5)$

2º Diferencial:

$f(x) = 5x^2 - 3x - 2 \Leftrightarrow f'(x) = 10x - 3 \Leftrightarrow 10x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_v = \frac{3}{10}$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 9 + 40 = 49$

$Y_v = -\frac{49}{10}$

$x = x_v \pm \sqrt{-\frac{Y_v}{a}}$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{10} \pm \sqrt{\frac{\frac{49}{10}}{5}} = \frac{3}{10} \pm \sqrt{49/100} \\ x = \frac{3 \pm 7}{10} \\ x = \frac{3+7}{10} \quad \vee \quad x = \frac{3-7}{10} \\ x = 10/10 \quad \vee \quad x = -4/10 \end{cases}$$

$x = 1 \quad \vee \quad = -2/5$

3º Substituição:

$x = y + \frac{3}{10} \Rightarrow 5(y + 3/10)^2 - 3(y + 3/10) - 2 = 0$

$5(y^2 + 6y/10 + 9/100) - 3y - 9/10 - 2 = 0$

$5y^2 + 30y/10 + 45/100 - 3y - 9/10 - \frac{20}{10} = 0$

$5y^2 + 3y + 45/100 - \cancel{3y} - 29/10 = 0$

$5y^2 = \frac{290 - 45}{100} \Leftrightarrow 5y^2 = \frac{245 : 5}{100 : 5}$

$5y^2 = \frac{49}{20} \Leftrightarrow y^2 = \frac{49}{20 \cdot 5} = \frac{49}{100}$

$y = \pm\sqrt{49/100} = \pm \frac{7}{10}$

$x = \pm\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$

$x = \frac{7+3}{10} = \frac{10}{10} = 1$

$x = \frac{-7+3}{10} = -\frac{4 : 2}{10 : 2} = -\frac{2}{5} \Leftrightarrow x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{2}{5}$

$C.S. = (1, -\frac{2}{5})$

Resposta do exercício proposto a um dos trinta (30) alunos que aprenderam novas possibilidades.

## QUESTIONÁRIOS PREENCHIDOS (ALUNOS 4 e 5)

### FORMULÁRIO DO QUESTIONÁRIO

**Estimado(a) Professor (a)**

O presente questionário, enquadra-se na pesquisa no âmbito de uma dissertação de Mestrado em Ciências de Educação, desenvolvido pela Universidade Lueji A´Nkonde/ Angola em parceria com a Universidade São Paulo/ Brasil. Visa identificar até que ponto os alunos do Ensino Secundário de Angola, têm práticas na resolução das equações do 2.ºgrau.

Estimado aluno, o questionário é anónimo e não é de carácter avaliativo. Por isso lhe solicitamos a responder de forma espontânea e sincera as questões, onde terá apenas de assinalar com um X a sua opção de resposta e justificar se possível.

Obrigado pela sua colaboração!

1. Data de preenchimento: 21 / 05 / 2019 horas 9 : 00 às 9 : 40'
   1.1. Sexo: M ☐ F ☒ 1.1. Idade: 19 anos
2. Curso que frequenta CFB 2.1. Classe 10ª
3. Tem noçãouma equação do 2.º grau?

Sim ☒ Não ☐

3.1. Se Sim em que Classe? E que nível do conhecimento da matemática possuiu no que diz respeito as equações do 2.º grau?

8.ª Classe ☒

9.ª Classe ☒

10.ª Classe ☒

Em nenhum delas ☐

R: normal

4. Qual é a forma canónica das equações do 2.ºgrau?

R: A forma canónica é: $x = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

4.1. Porque na mesma o $a \neq 0$ (o $a$ tem de ser diferente de zero)?

R: porque tem que ser assim.

5. Quantos métodos o aluno conhece para a sua resolução? Mencione-os.

R: Dois, nomeadamente: a resolvente e a decomposição por factores

6. Os métodos de resolução que aprendeu nas classes anteriores, se diferenciam dos que aprendeu na actual classe?

Sim [ ] Não [X]

7. Usarias que método para resolução da equação $6x^2 - 5x - 1 = 0$e determine seu conjunto-solução?

R: Decomposição por factores: $(x-1)(x-4)=0$

$x = 1 \wedge x = 4$

$C.S. = \{1, 4\}$

8. Que diferença notas entre uma equação do 1.ºgrau e a do 2.ºgrau?

R: É através dos graus 1 e 2.

9. Quais principais dificuldades enfrentas na Resolução de Equações de 2.º Grau?

R: muitas

10. Achas importante o estudo sobre as equações do 2.ºgrau em Angola?

Sim [X] Não [ ]

Saurimo, Maio de 2019

## FORMULÁRIO DO QUESTIONÁRIO

**Estimado(a) Professor (a)**

O presente questionário, enquadra-se na pesquisa no âmbito de uma dissertação de Mestrado em Ciências de Educação, desenvolvido pela Universidade Lueji A´Nkonde/ Angola em parceria com a Universidade São Paulo/ Brasil. Visa identificar até que ponto os alunos do Ensino Secundário de Angola, têm práticas na resolução das equações do 2.ºgrau.

Estimado aluno, o questionário é anónimo e não é de carácter avaliativo. Por isso lhe solicitamos a responder de forma espontânea e sincera as questões, onde terá apenas de assinalar com um X a sua opção de resposta e justificar se possível.

Obrigado pela sua colaboração!

1. Data de preenchimento: 21 / 05 / 2019 horas 9 : 00 às 9 : 47
 1.1. Sexo: M [X] F [ ] 1.1. Idade: 20 anos
2. Curso que frequenta C.F.B. 2.1. Classe 10ª
3. Tem noçãouma equação do 2.º grau?

Sim X Não [ ]

3.1. Se Sim em que Classe? E que nível do conhecimento da matemática possuiu no que diz respeito as equações do 2.º grau?

8.ª Classe [X]

9.ª Classe [X]

10.ª Classe [X]

Em nenhum delas [ ]

R: Bom

4. Qual é a forma canónica das equações do 2.ºgrau?

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

4.1. Porque na mesma o $a \neq 0$ (o $a$ tem de ser diferente de zero)?

Para não obter uma equação do 1º grau.

5. Quantos métodos o aluno conhece para a sua resolução? Mencione-os.

R: Conheço um método: o método resolvente.

6. Os métodos de resolução que aprendeu nas classes anteriores, se diferenciam dos que aprendeu na actual classe?

Sim [ ] Não [X]

7. Usarias que método para resolução da equação $6x^2 - 5x - 1 = 0$e determine seu conjunto-solução? $a = 6$ $b = -5$ e $c = -1$

R: Usaria o método resolvente: $x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6}}{2 \cdot 6}$

$x = 5 \pm \sqrt{25 + 24} / 12 = 5 \pm \sqrt{49} / 12$

$x = 5 \pm 7 / 12$

$x = \begin{cases} x_1 = \frac{5+7}{12} = \frac{12}{12} = 1 \\ x_2 = \frac{5-7}{12} = -\frac{2:2}{12:2} = -\frac{1}{6} \end{cases}$ $C.S. = \{1, -\frac{1}{6}\}$

8. Que diferença notas entre uma equação do 1.ºgrau e a do 2.ºgrau?

R: A diferença é pelos graus.

9. Quais principais dificuldades enfrentas na Resolução de Equações de 2.º Grau?

R: Nenhuma.

10. Achas importante o estudo sobre as equações do 2.ºgrau em Angola?

Sim [X] Não [ ]

Saurimo, Maio de 2019

Nas páginas 100, 101, 102 e 103 representam dois modelos de questionários preenchidos por dois alunos questionados. No que se refere ao primeiro caso aquando da resolução da equação do 2º grau pela decomposição factorial nota-se séria debilidade por parte do aluno questionado ao passo que o segundo aluno mostrou dominar a resolução do referido problema pela fórmula resolvente.

## Apêndices

**Nº 1 – Resolução (Exercício proposto, ver pág. 82)**

$5x^2 - 3x - 2 = 0$

**Dados:**

$\boldsymbol{a = 5}$

$\boldsymbol{b = -3}$

$\boldsymbol{c = -2}$

- **Pelo método de Viète, sabendo que** $a + b + c = 0$**resulta:**

$5 + (-3) + (-2) = 0$

$$\boldsymbol{x = 1 \vee x = \frac{-2}{5}}$$

**C.S. = ( 1,$\frac{-2}{5}$)**

- **Pelo método de Substituição, tem-se:**

$\boldsymbol{x = y - \frac{b}{2a} \Leftrightarrow x = y - \frac{(-3)}{2.5} = x = y + \frac{3}{10}}$ **(1)**

$$\boldsymbol{5\left(y + \frac{3}{10}\right)^2 - 3\left(y + \frac{3}{10}\right) - 2 = 0}$$

$$\boldsymbol{5\left(y^2 + \frac{6y}{10} + \frac{9}{100}\right) - 3y - \frac{9}{10} - 2 = 0}$$

$$\boldsymbol{5y^2 + \frac{30y}{10} + \frac{45}{100} - 3y - \frac{9}{10} - \frac{20}{10} = 0}$$

$\boldsymbol{5y^2 + 3y + \frac{45}{100} - 3y - \frac{29}{10} = 0}$**, Anulando (3y-3y), resulta:**

$$\boldsymbol{5y^2 + \frac{45}{100} - \frac{29}{10} = 0 \Leftrightarrow 5y^2 + \frac{9}{20} - \frac{29}{10} = 0}$$

$$\boldsymbol{\frac{100y^2 + 9 - 58}{100} = 0 \Leftrightarrow 100y^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow y^2 = \frac{49}{100}}$$

$\boldsymbol{y = \pm\sqrt{\frac{49}{100}} \Leftrightarrow y = \pm\frac{7}{10}}$**, Substituindo em (1), resulta:**

$\boldsymbol{x} == \pm\frac{7}{10} + \frac{3}{10}$, **logo,** $\boldsymbol{x} = \frac{\pm 7+3}{10}$, **o valor de** $\boldsymbol{x}$ **será:**

$$\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{7+3}}{\mathbf{10}} \vee \boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-7+3}}{\mathbf{10}}$$

$$\boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{10}} \vee \quad \boldsymbol{x} = \frac{\mathbf{-4}}{\mathbf{10}}$$

$\boldsymbol{x} = \mathbf{1} \vee \boldsymbol{x} = -\frac{2}{5}$ **C.S. = ( 1,**$-\frac{2}{5}$**)**

- **Pelo método Diferencial ou das coordenadas de vértice, será:**

$f_{(x)} = 5x^2 - 3x - 2$, Derivando a mesma, tem-se $f'_{(x)} = 10x - 3$ **e a anulando, ou seja,** $10x - 3 = 0$ e resolvendo a equação: $\boldsymbol{x_v} = \frac{3}{10}$ **,**

**Sendo** $\triangle = 49$ **e** $\boldsymbol{y_v} = -\frac{\triangle}{4a}$**, com** $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x_v} \pm \sqrt{\frac{y_v}{a}}$ **:**

$x = \frac{3}{10} \pm \sqrt{-\frac{(-49/10)}{5}} = \frac{3}{10} \pm \sqrt{\frac{49}{10} . \frac{1}{5}} = \frac{3}{10} \pm \sqrt{\frac{49}{100}}$ **=** $\frac{3 \pm 7}{10}$

**O valor de** $\boldsymbol{x}$ **será:** $x = \frac{3+7}{10} \vee x = \frac{3-7}{10} \Leftrightarrow x = \frac{10}{10} \vee x = -\frac{4:2}{10:2}$

$x$ = **1** $\vee$ $x = -\frac{2}{5} \Leftrightarrow$ **C.S. = ( 1,**$-\frac{2}{5}$**)**

**Nº 2 – Formulário do questionário aplicado aos alunos**

## FORMULÁRIO DO QUESTIONÁRIO

## Estimado(a) Professor (a)

O presente questionário enquadra-se na pesquisa no âmbito de uma dissertação de Mestrado em Ciências de Educação, desenvolvido pela Universidade Lueji A´Nkonde/ Angola em parceria com a Universidade São Paulo/ Brasil. Visa identificar até que ponto os alunos do Ensino Secundário de Angola têm práticas na resolução das equações do 2.º grau.

Estimado aluno, o questionário é anónimo e não é de carácter avaliativo. Por isso lhe solicitamos a responder de forma espontânea e sincera as questões, onde terá apenas de assinalar com um X a sua opção de resposta e justificar se possível.

Obrigado pela sua colaboração!

1. Data de preenchimento:____/____ / 20___ horas ___:___às___:___
   1.1. Sexo: M ☐ F ☐ 1.1. Idade:_________________

2. Curso que frequenta _____________________ 2.1. Classe ______

3. Tem noção de uma equação do 2.º grau?

Sim Não ☐

3.1. Se Sim em que Classe? E que nível do conhecimento da matemática possuiu no que diz respeito as equações do 2.º grau?

8.ª Classe ☐

9.ª Classe ☐

10.ª Classe ☐

Em nenhum delas ☐

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

4. Qual é a forma canónica das equações do 2.ºgrau?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

4.1. Porque na mesma o $a \neq 0$ (o $a$ tem de ser diferente de zero)?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

5. Quantos métodos o aluno conhece para a sua resolução? Mencione-os.

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

6. Os métodos de resolução que aprendeu nas classes anteriores se diferenciam dos que aprendeu na actual classe?

Sim ☐ Não ☐

7. Usarias que método para resolução da equação $6x^2 - 5x - 1 = 0$ e determine seu conjunto-solução?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

8. Que diferença notas entre uma equação do 1.ºgrau e a do 2.ºgrau?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

9. Quais principais dificuldades enfrentas na Resolução de Equações de 2.º Grau?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

10. Achas importante o estudo sobre as equações do 2.ºgrau em Angola?

Sim ☐ Não ☐

Saurimo, Maio de 2019

______________________________________________________________________

## N.º 3 – Possíveis respostas sobre o questionário

1.R: Depende do momento em que o aluno será questionado.

1.1. R: Depende do sexo e a idade do aluno questionado.

2. R: Depende do curso e a classe que o aluno frequenta.

3. R: Depende do critério de cada aluno no que se refere ao conhecimento a respeito das equações do 2.º grau.

3.1. R: Depende do critério de cada aluno (8.ª, 9.ª ou 10.ª Classe), como também o nível de conhecimento.

4. R: A forma canónica para resolução das mesmas é $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ .

4.1. R: Na mesma o $a \neq 0$ para conservar o grau 2 pois se $a = 0$ a equação será linear e seu tratamento será diferente. Pois para que uma equação seja do 2.º grau há que conservar o grau 2 (que corresponde à uma equação do 2.º grau).

5. R: Depende do conhecimento que aluno possui, os métodos podem ser: Algébricos e não algébricos.

6. R: Depende do critério de cada aluno.

7. R: Depende de cada aluno. Se depender de nós optaríamos: o Viète, o diferencial, o de coordenadas do vértice ou o método de substituição e o C.S.=$(1; -\frac{1}{6})$.

8. R: A diferença existente entre uma equação do 2.º à do 1.º grau consiste no grau mais alto que representa cada equação.

9. R: Depende do critério de cada aluno.

10. R: Depende do critério de cada aluno.

**N.º 4 – Figura 1:** Mapa de Angola, focalizando a província da Lunda-Sul

**Fonte:** Angop, Julho de 2018.

**N.º 5 – Figura 2**: Escola do II Ciclo do Ensino Secundário ‘‘José Manuel Salucombo’’ (Liceu n.º 6) de Saurimo

**Fonte:** Samo, aos 02.03.2020, 9:32'.